

EVOLUZIONE DELLA GRANULOMETRIA DI UN MATERIALE ARTIFICIALE A GRANI FRANTUMABILI PER DIVERSI PERCORSI DI SOLLECITAZIONE

Francesca Casini

*Institute for Geotechnical Engineering, ETH, Zurigo, Svizzera
francesca.casini@igt.baug.ethz.ch*

Giulia M.B. Viggiani

*Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Roma Tor Vergata
viggiani@uniroma2.it*

Sommario

Le proprietà meccaniche dei materiali granulari dipendono dalla dimensione dei grani, dalla loro angolarità e dalla distribuzione granulometrica. La rottura o la frantumazione delle particelle di un aggregato granulare, per effetto dell'applicazione di sollecitazioni sferiche o deviatoriche, modifica la curva granulometrica, con una tendenza all'incremento della frazione fina. La rottura delle particelle dipende sia da parametri come il livello di sollecitazione, la distribuzione granulometrica e l'indice dei vuoti, sia da caratteristiche delle singole particelle come la dimensione, la forma, la resistenza e la composizione mineralogica. In questo lavoro si è esaminata sperimentalmente l'evoluzione della granulometria di un materiale granulare artificiale costituito da particelle di argilla espansa frantumate soggetto a diversi percorsi di carico. Il materiale è stato ricostituito in laboratorio in modo da ottenere curve granulometriche con lo stesso diametro medio D_{50} ($= 0.5 - 1$ mm) e diversi coefficienti di uniformità U ($= 3.5, 7, 14, 28$). Prima di sottoporre il materiale a diversi percorsi di carico, per ciascuna delle granulometrie esaminate, si sono determinati l'angolo di attrito a riposo e l'indice dei vuoti minimo e massimo. L'evoluzione della granulometria dopo compressione isotropa, compressione edometrica e compressione triassiale a tensione media efficace costante è stata descritta utilizzando un singolo parametro definito utilizzando le aree sottese alla distribuzione granulometrica corrente e quella ultima, ammettendo che entrambe possano essere descritte con una distribuzione auto-simile con diversa dimensione frattale.

Introduzione

Per quantificare la frantumazione di un aggregato di materiale granulare, Hardin (1985) ha introdotto il parametro rottura relativa, B_r , definito in base alla posizione della curva granulometrica corrente rispetto alla curva granulometrica iniziale e alla verticale passante per un diametro arbitrario corrispondente alla classe del limo, $D = 0.074$ mm. Questa definizione sembra suggerire che, al termine del processo di frantumazione, tutte le particelle, indipendentemente dal loro diametro iniziale, avranno dimensioni inferiori a quelle che convenzionalmente individuano la classe del limo, in contrasto con numerose evidenze sperimentali che mostrano come la granulometria di un materiale sottoposto ad elevati stati tensionali e distorsioni tenda ad assumere una distribuzione frattale, indipendentemente dalla sua granulometria iniziale.

Diversi studi hanno confermato che l'effetto predominante della rottura delle particelle è quello di incrementare la frazione fine dell'aggregato senza significative riduzioni del diametro delle particelle più grandi. Tale comportamento è stato giustificato con la tendenza delle particelle più grandi, nel corso del processo di frantumazione, ad essere circondate da particelle di dimensioni minori, che attribuisce loro un numero di coordinazione progressivamente più alto rendendole più resistenti alla rottura. Le particelle più piccole, con minore numero di coordinazione, sono più suscettibili alla ulteriore frantumazione; in altre

parole, l'effetto di schermo dovuto all'elevato numero di coordinazione predomina rispetto alla riduzione di resistenza dovuta all'aumento della dimensione.

L'esistenza di una granulometria ultima univocamente definita una volta che sia nota la granulometria iniziale è ancora oggetto di ricerca. Diversi autori hanno suggerito di descrivere la granulometria ultima con una distribuzione frattale con dimensione pari a 2.5-2.6, anche se è stato osservato che le caratteristiche frattali potrebbero non manifestarsi in un intervallo indefinito di dimensioni, perché le particelle con dimensioni inferiori ad un valore caratteristico, cosiddetto di comminuzione, potrebbero non essere suscettibili di ulteriore frantumazione.

Einav (2007) ha modificato la definizione di rottura relativa di Hardin (1985) introducendo un parametro definito come rapporto tra l'area compresa tra la curva granulometrica corrente e quella iniziale e quella compresa tra la curva granulometrica ultima e quella iniziale. Lo stesso autore ha anche ammesso che la rottura relativa delle diverse frazioni granulometriche sia indipendente dal diametro delle particelle. Wood e Maeda (2008) hanno suggerito di adottare una singola distribuzione granulometrica iniziale, corrispondente alla verticale per il diametro massimo dell'aggregato. Alla granulometria iniziale, quindi, corrisponde una rottura relativa non nulla.

In questo lavoro si è esaminata sperimentalmente l'evoluzione della granulometria di un materiale granulare artificiale costituito da particelle di argilla espansa frantumate sottoposto a diversi percorsi di carico, con l'obiettivo di lungo termine di capire in che modo la degradazione microscopica delle particelle si rifletta sulle proprietà macroscopiche del materiale come le caratteristiche di compressibilità, resistenza e rigidità.

Materiale utilizzato nella sperimentazione

Il comportamento meccanico di molti terreni naturali come le rocce tenere piroclastiche, i terreni residuali e le sabbie carbonatiche, è influenzato dai processi di degradazione microscopica associati alla rottura delle particelle. Tuttavia, l'osservazione sperimentale sistematica dell'evoluzione della granulometria di materiali naturali per effetto dei processi di frantumazione delle particelle è complicata da un lato dalle elevate tensioni necessarie per romperne i grani e dall'altro dalla eterogeneità dei depositi naturali che pregiudica la ripetibilità dei risultati. Per questo, la sperimentazione descritta in questa nota è stata condotta su un materiale granulare artificiale costituito da particelle di argilla espansa, distribuito commercialmente con l'acronimo LECA (*Light Expanded Clay Aggregate*). Esso presenta alcune affinità con le sabbie piroclastiche, come l'elevata porosità intra-granulare, e le conseguenti relativa leggerezza delle particelle e le buone caratteristiche isolanti. Il materiale è ottenuto da argilla estratta da cave a cielo aperto; in seguito a trattamento termico in forno ad una temperatura di 1200° C l'argilla raggiunge uno stato pastoso e si espande in granuli che assumono una forma tondeggiante caratterizzata da una superficie esterna resistente e compatta. In commercio è disponibile nelle versioni integra e frantumata.

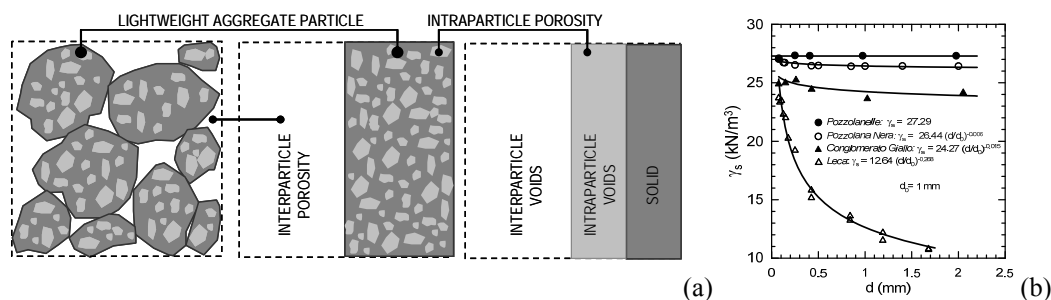


Figura 1. Porosità inter-granulare e intra-granulare e peso apparente delle particelle

La principale caratteristica fisica del LECA è la sua leggerezza, dovuta al doppio ordine di

pori che ne caratterizza la struttura: si distingue tra una porosità inter-granulare e una porosità intra-granulare, connessa all'esistenza di vuoti all'interno dei grani, vedi Figura 1(a).

Ne deriva che il peso dell'unità di volume apparente delle particelle di LECA, γ_s , aumenti significativamente al diminuire del diametro delle particelle tendendo al peso dell'unità di volume del materiale che le costituisce, $\gamma_a \cong 26.5 \text{ kN/m}^3$, come mostrato nella Figura 1(b).

Il materiale è stato ricostituito in laboratorio in modo da ottenere curve granulometriche iniziali caratterizzate dallo stesso diametro medio D_{50} ($= 0.5$ e 1 mm) e diversi coefficienti di uniformità U ($= 3.5, 7, 14, 28$). Per ciascuna delle granulometrie iniziali sono stati determinati l'indice dei vuoti minimo e massimo con procedure messe a punto per evitare la frantumazione dei grani durante la prova (Casini e Viggiani, 2011) e tenendo conto della dipendenza del peso dell'unità di volume apparente dalla dimensione delle particelle. I risultati riportati nella Figura 2(a) mostrano che l'intervallo dei valori dell'indice dei vuoti Δe ($= e_{\max} - e_{\min}$) a cui è possibile ricostituire il materiale si riduce all'aumentare del grado di uniformità e del diametro medio delle particelle, anche se i valori dell'indice dei vuoti massimo sono più elevati di quelli riportati in letteratura per materiali a grani permanenti (Miura *et al.*, 1997), probabilmente a causa della elevata rugosità della superficie delle particelle di argilla espansa frantumata che favorisce la formazione di strutture molto "aperte".

I risultati sperimentali mostrano anche che l'angolo di attrito a riposo, determinato come valore medio dell'inclinazione sull'orizzontale di un cono formato per pluviazione lungo otto diverse generatrici, aumenta con il grado di uniformità passando da circa 30.5° per le uniformità minori a circa 33° per le uniformità più elevate, Figura 2(b). Non è possibile invece definire con chiarezza la dipendenza dalla dimensione media delle particelle.

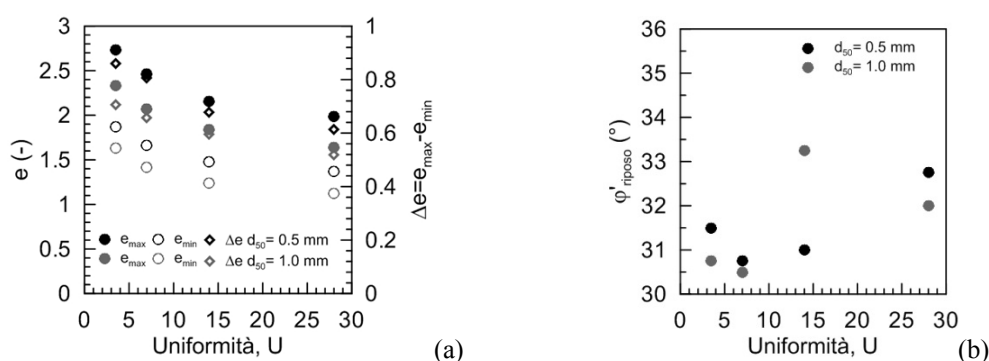


Figura 2. Variazione di: (a) indice dei vuoti minimo e massimo e intervallo Δe ($= e_{\min} - e_{\max}$) e (b) angolo di attrito a riposo ϕ' in funzione dell'uniformità U .

Programma sperimentale e principali risultati

Il programma sperimentale comprende prove di compressione isotropa, compressione edometrica e compressione triassiale a tensione media efficace costante su provini ricostituiti con diversa uniformità e dimensione media, come illustro in Figura 3(a).

La distribuzione granulometrica (ponderale) di un materiale granulare, $F(d_j)$ può essere determinata sperimentalmente con una serie di stacci con dimensioni Δ_i ($i=1, 2, \dots, n$) misurando il peso, W_i , delle particelle che hanno un diametro minore di Δ_i e maggiore di Δ_{i+1} :

$$F(d_j) = \frac{W(d < \Delta_1) + \sum_2^{j \leq n} W_i}{W_T} \quad (2)$$

in cui $W(d < \Delta_1)$ è il materiale passante attraverso tutti gli stacci e W_T è il peso totale del provino. Il volume, V_i , delle particelle con diametro minore di Δ_i e maggiore di Δ_{i-1} può essere calcolato come $V_i = W_i / \gamma_{si}$, in cui γ_{si} è il peso dell'unità di volume apparente delle

particelle con dimensione $\Delta_{i-1} < d < \Delta_i$. Se si ammette (Fig. 1(b)) che il peso apparente dell'unità di volume delle particelle vari con il diametro con una legge di potenza:

$$\gamma_s = a \cdot (d/d_0)^{-b} \quad (3)$$

si ottiene:

$$\gamma_{s_i} = \frac{1}{\Delta_i - \Delta_{i-1}} \int_{\Delta_{i-1}}^{\Delta_i} \gamma_s(d) dd = \frac{(\Delta_i^{1-b} - \Delta_{i-1}^{1-b})}{(\Delta_i - \Delta_{i-1})} \frac{a}{(1-b)} \quad (4)$$

La distribuzione granulometrica volumetrica può allora essere calcolata come:

$$F_v(d_j) = \frac{W(d < \Delta_1)/\gamma_{s1} + \sum_{2}^{j \leq n} V_i}{V_T} \quad (5)$$

in cui γ_{s1} è il peso apparente dell'unità di volume delle particelle con dimensione minore di Δ_1 e $V_T = W(d < \Delta_1)/\gamma_{s1} + \sum_{2}^n V_i$ è il volume apparente totale dei solidi nel provino.

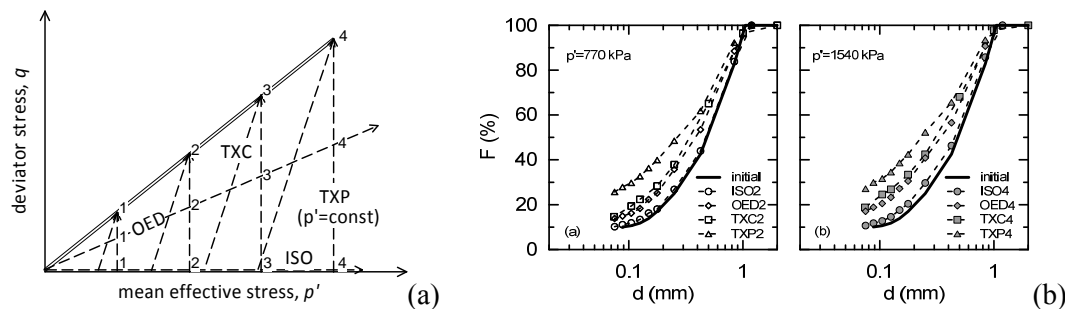


Figura 3. (a) programma sperimentale e (b) curve granulometriche al termine di prove di compressione con lo stesso valore di tensione media massima.

La Figura 3(b) mostra le curve granulometriche (ponderali) ottenute al termine di prove di compressione isotropa, edometrica, triassiale convenzionale e triassiale a tensione media efficace costante, per due valori della tensione media efficace massima raggiunti al termine della prova. In tutti i casi la curva granulometrica finale risulta ruotata verso l'alto e traslata verso sinistra, con un incremento della frazione fina, a diametro massimo, d_M , pressoché costante. Il diametro massimo nel campione è evidentemente diverso dalla massima dimensione della serie di stacci, Δ_n , e, in linea di principio, incognito, anche se $\leq \Delta_n$. Piccole riduzioni di d_M per effetto dei carichi applicati sono difficili da determinare sperimentalmente, perché la serie di stacci attorno al diametro massimo non è sufficientemente fitta.

Dai dati risulta evidente che la compressione isotropa, anche a tensioni medie efficaci abbastanza elevate, non produce significative frantumazioni dei grani; la compressione edometrica e la compressione triassiale convenzionale producono una frantumazione apprezzabile e confrontabile per entità, mentre le variazioni più significative nella granulometria del materiale si osservano dopo compressione triassiale a tensione media efficace costante.

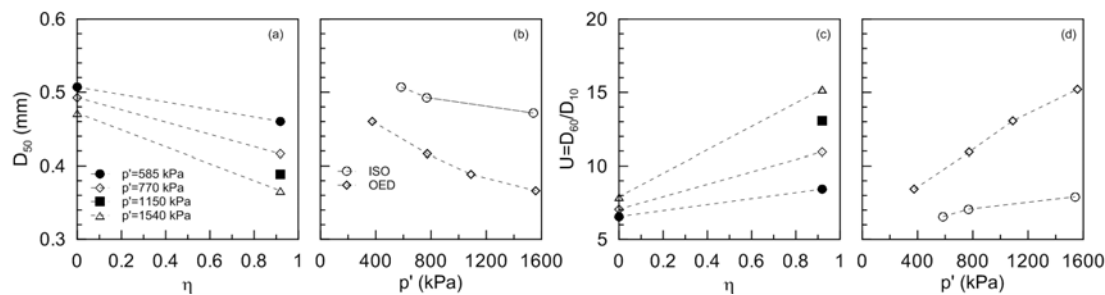


Figura 4. Variazioni osservate di D_{50} con: (a) p' e (b) η e di U con (c) p' e (d) η

I risultati ottenuti al termine delle prove di compressione a obliquità $\eta (= q/p')$ costante (Fig. 4), cioè le prove di compressione isotropa ($\eta = 0$) e di compressione edometrica ($\eta \cong 0.92$) indica che sia la frantumazione, espressa in prima approssimazione dalla riduzione di D_{50} , sia il grado di uniformità, $U (= D_{60}/D_{10})$ aumentano al crescere dell'obliquità del valore massimo di p' raggiunto nella prova.

Interpretazione dei risultati

Se la distribuzione granulometrica di un aggregato di particelle è frattale, il numero di particelle con dimensione d maggiore di D è $N(d > \Delta) = Cd^{-\alpha}$ in cui C è una costante e α la dimensione frattale, mentre il numero di particelle in una frazione è:

$$dN(\Delta) = \alpha C d^{-\alpha-1} d\Delta \quad (6)$$

La distribuzione granulometrica ponderale dell'aggregato è data da:

$$F(d) = \frac{W(d < \Delta)}{W_T} = \frac{\int_0^d s \gamma_s(\Delta) \Delta^3 dN(\Delta)}{\int_0^{d_M} s \gamma_s(\Delta) \Delta^3 dN(\Delta)} \quad (7)$$

in cui s è un fattore di forma. Sostituendo le equazioni (3) e (6) nella (7) si ottengono le espressioni della distribuzione granulometrica ponderale, $F(d)$, e volumetrica, $F_v(d)$, in funzione della dimensione frattale e del diametro massimo:

$$F(d) = \left(\frac{d}{d_M}\right)^{3-\alpha-b} = \left(\frac{d}{d_M}\right)^\beta \quad F_v(d) \left(\frac{d}{d_M}\right)^{3-\alpha} = \left(\frac{d}{d_M}\right)^{\beta_v} \quad (8)$$

in cui $\beta_v = \beta + b$. Per un materiale il cui peso dell'unità di volume apparente non dipende dalla dimensione dei grani ($b = 0$) la distribuzione granulometrica ponderale e volumetrica coincidono ($\beta_v = \beta$). Nell'interpretazione dei risultati si è ammesso che tutte le distribuzioni granulometriche (iniziale, corrente e ultima) siano frattali e caratterizzata da β_u , β_0 e β .

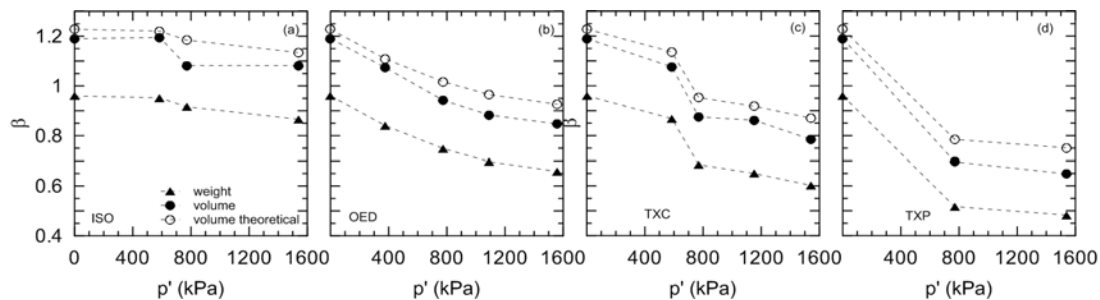


Figura 5. Valori degli esponenti β e β_v al termine delle prove di compressione: (a) isotropa; (b) edometrica (c) triassiale convenzionale; (d) triassiale a tensione media efficace costante.

Nella Figura 5 sono riportati i valori degli esponenti β ottenuti interpolando le granulometrie ponderali e volumetriche per i diversi tipi di prova a due valori di tensione media efficace. L'esponente β diminuisce all'aumentare dell'obliquità η . Nella stessa figura sono anche riportati i valori di $\beta_v (= \beta + b)$ teorici; le (piccole) differenze tra i valore di β_v ottenuti per interpolazione delle curve granulometriche volumetriche e quelli teorici è da attribuire al fatto che la variazione di peso dell'unità di volume con il diametro non è esponenziale per $d < 0.063$ mm. Come già osservato, la compressione isotropa non provoca significative variazioni di β neanche a tensioni medie relativamente elevate, la compressione edometrica e triassiale convenzionale mostrano una riduzione simile di β , mentre le riduzioni più marcate di β si ottengono per la compressione triassiale a tensione media efficace costante. Nel seguito si è ammesso che β_u ponderale sia pari al minimo valore osservato nella sperimentazione ($\beta_u = 0.483$).

La rottura relativa può essere definita come $B_r = (A - A_0)/(A_u - A_0)$, in cui A , A_0 e A_u sono le aree sottese alle curve granulometriche corrente, iniziale e ultima rispettivamente. Evidentemente risulta $0 \leq B_r \leq 1$, dove $B_r = 0$ corrisponde al materiale integro e $B_r = 1$ rappresenta la completa frantumazione. Se si ammette che le distribuzioni granulometriche iniziale, corrente e ultima siano tutte frattali, è facile mostrare che:

$$B_r = \frac{A - A_0}{A_u - A_0} = \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_0} \right) / \left(\frac{1}{\beta_u} - \frac{1}{\beta_0} \right) \quad (9)$$

È anche possibile definire convenzionalmente la granulometria iniziale come la verticale passante per d_M ($\beta_0 \rightarrow \infty$; $A_0 \rightarrow 0$), come proposto da Wood & Maeda (2008). Operando in questo modo, B_r varia ancora tra zero e uno al variare di β tra $\beta_0 (\rightarrow \infty)$ e β_u , ma alla granulometria iniziale è associato un valore di B_r non nullo. Nella maggioranza dei casi, anche un campione molto uniforme ha un valore elevato ma finito di β_0 (= 50 - 60), e quindi, usando questa ultima definizione, un valore di rottura relativa non nullo. I valori sperimentali di B_r , calcolati utilizzando la granulometria iniziale o la verticale per il diametro massimo, sono riportati in funzione del lavoro plastico al termine della prova nelle Figure 6(a) e 6(b), rispettivamente.

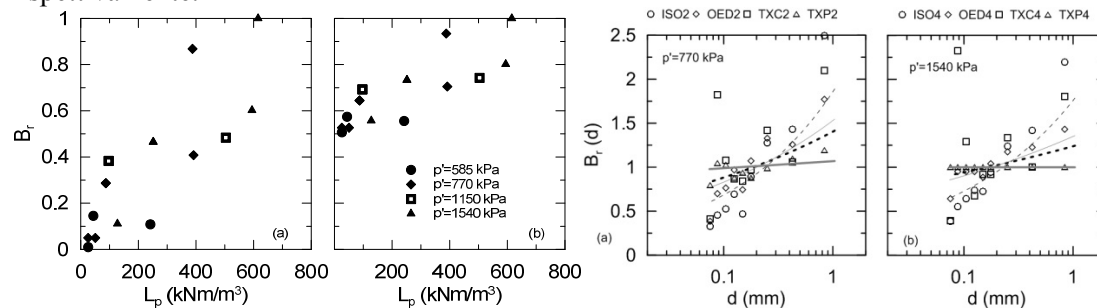


Figura 6. osservazioni sperimentali: (a) e (b) B_r in funzione del lavoro plastico (c) e (d) $B_r(d)$ in funzione di d

Vale infine la pena notare che la granulometria di un aggregato frattale è descritta dalla:

$$p(d) = \frac{\beta}{d_M} \left(\frac{d}{d_M} \right)^{\beta-1} \quad (10)$$

e, quindi, se si ammette, come in questo lavoro, che le distribuzioni granulometriche iniziale, corrente e ultima siano frattali, diversamente da quanto ipotizzato da Einav (2007), la rottura relativa delle diverse frazioni granulometriche, $B_r(d) = [p(d) - p_0(d)]/[p_u(d) - p_0(d)]$, non è costante. I valori sperimentali della rottura relativa frazionaria ottenuti per due diversi valori della tensione media efficace massima sono diagrammati in funzione della dimensione dei grani nelle Figure 6(c) e 6(d), insieme alle curve teoriche corrispondenti alla distribuzione frattale. Nonostante la dispersione dei dati sperimentali è evidente che la rottura relativa frazionaria non è costante e segue abbastanza bene l'andamento atteso.

Bibliografia

- Casini, F. and Viggiani G. M.B. (2011). Experimental investigation of the evolution of grading of an artificial material with crushable grains under different loading conditions. In *IS-Seoul 2011*, 1-3 September, Seoul, Korea.
- Einav I. (2007). Breakage mechanics—Part I: Theory. *J. of the Mech. and Phys. of Solids*, **55** (2007) 1274–1297
- Hardin, B.O. (1985). Crushing of soil particles. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110(10), 1177-1192.
- Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M., Toki, S. (1997). Physical characteristics of sands with different primary properties. *Soils and Foundations* 37, No.3, 53-64.
- Wood, D.M., Maeda, K. (2008). Changing grading of soil: effect on critical states. *Acta Geotechnica* **3**, 3-14.