

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DI GEOMETRIA SUGLI SPOSTAMENTI SISMICI DI PENDII

Valeria Bandini, Ernesto Cascone, Giovanni Biondi
Università di Messina

valeria.bandini@ingegneria.unime.it, cascone@ingegneria.unime.it,
giovannibiondi@ingegneria.unime.it

Sommario

Utilizzando un modello multi-blocco, nel quale la massa in frana è assimilata ad un insieme di blocchi rigidi che scorrono lungo la superficie di rottura, sono state eseguite analisi degli spostamenti nelle quali si è tenuto conto dell'effetto di redistribuzione della massa durante il moto. In particolare sono state eseguite analisi parametriche su schemi semplici di pendio di altezza finita che hanno mostrato come l'effetto della variazione di geometria dipende dalle condizioni di stabilità iniziale del pendio e varia in relazione alle sue dimensioni. Sulla base dei risultati ottenuti è stato proposto un fattore correttivo mediante il quale gli spostamenti calcolati con un'analisi che tiene conto della variazione di geometria possono essere previsti sulla base della conoscenza dello spostamento del sistema valutato trascurando tale effetto.

Introduzione

La valutazione delle deformazioni permanenti indotte da un'azione sismica in un pendio è generalmente condotta utilizzando il modello di blocco rigido di Newmark (1965). L'approccio originario si presta ad essere modificato per tener conto di scorrimenti lungo superfici mistilinee attraverso l'utilizzo di sistemi costituiti da più blocchi rigidi (sistemi multi-blocco) che scorrono lungo i diversi segmenti della superficie di rottura. Un aspetto che caratterizza la maggior parte di tali metodi è quello legato alla possibilità di tenere conto, nella valutazione degli spostamenti cumulati dal sistema, dell'effetto stabilizzante prodotto dalla redistribuzione della massa durante il moto. Con il procedere dello scorrimento le condizioni di stabilità del pendio migliorano in quanto la massa di terreno spostandosi da monte verso valle determina alleggerimenti nelle zone prossime alla cresta del pendio ed accumuli al piede. Quando l'entità degli spostamenti indotti non è più trascurabile rispetto alle dimensioni in pianta del pendio, la massa di terreno progressivamente accumulata al piede contribuisce ad un miglioramento delle condizioni di stabilità sismica, ovvero ad un incremento del coefficiente sismico critico.

Bandini *et al.* (2008) hanno sviluppato un modello multi-blocco nel quale, per ciascun istante di tempo dell'accelerogramma utilizzato nell'analisi, le condizioni di stabilità sismica del pendio sono valutate con il metodo rigoroso dell'Equilibrio Limite Generale (Fredlund e Khran, 1977), tenendo conto di una variazione nel tempo del coefficiente sismico critico dovuta a due effetti concomitanti: l'eventuale riduzione di resistenza al taglio indotta dalla storia di carico ciclica e la redistribuzione della massa di terreno conseguente al cambio di geometria. Nel modello la riduzione di resistenza al taglio è correlata ai possibili incrementi di pressione interstiziale, se l'analisi è condotta in tensioni efficaci, o alla riduzione della resistenza non drenata con il progredire dei cicli di carico, se l'analisi è condotta in tensioni totali. L'approccio multi-blocco proposto per analisi in tensioni efficaci è stato applicato allo studio di due casi reali di frane indotte dal terremoto Irpino-Lucano del 1980 (Bandini e

Cascone, 2008; Bandini, 2009). La validazione dell'analisi in tensioni totali è stata condotta riproducendo i risultati di alcune prove su tavola vibrante (Bandini, 2010; Bandini *et al.* 2009).

In questa nota il modello multi-blocco proposto è stato applicato per eseguire analisi degli spostamenti nelle quali si è tenuto conto della variazione di geometria del corpo di frana e si sono trascurati gli effetti prodotti da un'eventuale variazione di resistenza al taglio del terreno. In particolare sono state eseguite analisi parametriche su schemi semplici di pendio che hanno mostrato che l'effetto della variazione di geometria dipende dalle condizioni di stabilità iniziale del pendio e varia in relazione alle sue dimensioni. Sulla base dei risultati ottenuti è stato proposto un fattore correttivo mediante il quale gli spostamenti calcolati con un'analisi che tiene conto della variazione di geometria possono essere previsti sulla base della conoscenza dello spostamento del sistema valutato trascurando tale effetto.

Il modello multi-blocco

Nel modello multi-blocco proposto la massa di terreno potenzialmente in frana viene assimilata ad una serie di blocchi rigidi in scivolamento lungo i diversi segmenti della superficie di scorrimento. Il generico blocco, soggetto all'azione sismica, si sposta lungo la superficie di scorrimento ogni qual volta l'accelerazione alla base supera il valore critico. Poiché il coefficiente sismico critico, valutato con il metodo GLE per il pendio nel suo insieme, è identico per ogni blocco e poiché il valore dell'accelerazione sismica alla base dei blocchi è supposta uniforme lungo tutta la superficie di scorrimento, i blocchi si muovono tutti nello stesso istante di tempo. Lo spostamento di ciascun blocco è assunto parallelo al corrispondente segmento della superficie di scorrimento; in virtù della compatibilità cinematica, i blocchi si muovono senza che vi siano distacchi o compenetrazioni tra di essi o tra di essi e la superficie di scorrimento. Le superfici di separazione tra i blocchi sono assunte verticali e i blocchi sono rigidamente collegati tra loro. Se si considerano le ipotesi sulla compatibilità cinematica degli spostamenti e sulla natura rigida delle superfici di separazione dei blocchi, lo spostamento di ciascun blocco del sistema (e quindi anche l'accelerazione relativa) può essere espresso in funzione dello spostamento di un solo blocco, scelto arbitrariamente come blocco di riferimento, attraverso un coefficiente di conversione degli spostamenti (Bandini *et al.*, 2008). La soluzione in termini di spostamenti non dipende dal blocco assunto come blocco di riferimento. Pertanto, per un sistema costituito da n blocchi rigidi, l'equazione del moto del generico blocco del sistema può scriversi nella forma:

$$\ddot{u}_i(t) = S_r \cdot q_{i,r} \cdot g \cdot [k(t) - k_c] \quad (1)$$

nella quale S_r è un fattore di forma, dipendente dalla geometria del sistema, dalla distribuzione delle masse dei singoli blocchi, dal valore dell'angolo di resistenza al taglio alla base e dal coefficiente di conversione degli spostamenti $q_{i,r}$, e $k(t)$ è l'accelerazione sismica alla base del generico blocco.

Per un sistema ideale costituito da un blocco rigido che, con la stessa accelerazione critica del pendio, scorre su un piano orizzontale l'equazione del moto assume la forma:

$$\ddot{u}_0(t) = g \cdot [k(t) - k_c] \quad (2)$$

Le Eq. (1) e (2) mostrano che il moto relativo di ciascun blocco costituente il pendio può essere valutato a partire dallo spostamento u_0 del sistema ideale:

$$\ddot{u}_i(t) = S_r \cdot q_{i,r} \cdot \ddot{u}_0(t) \quad (3)$$

Il modello multi-blocco proposto consente di eseguire analisi agli spostamenti secondo quattro differenti modalità; in particolare si possono trascurare gli effetti della variazione di resistenza al taglio e della ridistribuzione della massa durante il moto, considerare separatamente l'uno o l'altro effetto o, infine, considerare entrambi gli effetti concomitanti. In questa nota l'attenzione sarà rivolta esclusivamente agli effetti della variazione di geometria

del sistema. Per effetto del campo di spostamenti indotto dall'azione sismica nel pendio, istante per istante, il peso dei singoli blocchi varia in quanto la massa di terreno contenuta tra la superficie di scorrimento ed il piano campagna si distribuisce progressivamente da monte verso valle. Poiché l'ipotesi alla base del modello multi-blocco proposto è che durante il moto la superficie di scorrimento e le superfici di separazione tra i blocchi non cambino posizione e direzione, l'effetto di redistribuzione della massa di terreno durante il moto si traduce in una variazione della configurazione geometrica del piano campagna. La legge di trasformazione geometrica del piano campagna (Figura 1) è tale da garantire, durante tutta la fase sismica e l'eventuale fase post-sismica, il contatto tra i blocchi e tra i blocchi e la superficie di scorrimento e da soddisfare il principio di conservazione della massa (Sarma e Chlimintzas, 2001).

Schemi esaminati

L'analisi parametrica è stata condotta considerando differenti schemi di pendio e una registrazione sismica scalata in ampiezza. In ciascuno schema il pendio è costituito da un terreno omogeneo avente peso dell'unità di volume $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$, angolo di resistenza al taglio $\phi'=22^\circ$ e coesione $c'=0$. Tutti gli schemi sono stati considerati in assenza di falda. In dettaglio sono stati considerati tre schemi omotetici di pendio caratterizzati dalla stessa pendenza e da valori di altezze H crescenti. Le pendenze considerate sono 1:2 (*Schema 1*), 1:2,5 (*Schema 2*) e 1:3 (*Schema 3*); le altezze sono pari a 10, 25, 50, 75 e 100 m. Pendii omotetici, sono caratterizzati dal medesimo valore iniziale del coefficiente sismico critico $k_{c,0}$ e, nell'ipotesi in cui k_c rimanga costante durante il sisma, dai medesimi valori degli spostamenti permanenti.

Nelle analisi si è fatto riferimento alla componente orizzontale di una registrazione del terremoto di Northridge del 1994 ($M_w=6.7$), caratterizzata da un valore massimo dell'accelerazione pari a $k_{\max}=0.358$; lo stesso accelerogramma è stato scalato a due differenti valori di picco: 0.45 e 0.55. La Tabella 1 mostra i valori del rapporto $k_{c,0}/k_{\max}$ per ciascuno schema considerato. In tutte le analisi non è stata presa in esame la componente verticale del moto sismico e il blocco di riferimento si trova in prossimità del piede del pendio.

Complessivamente sono state eseguite analisi multi-blocco per 15 pendii e 3 forzanti per un totale di 45 analisi.

Risultati

La Figura 2 riporta i risultati delle analisi per $k_{\max}=0.358$. In Figura 2a-b, relativamente allo *Schema 1* ($k_{c,0}=0.044$; $k_{\max}=0.358$), si osserva che, per $H=10$ m, il coefficiente sismico critico $k_c(t)$ aumenta nel tempo per effetto della variazione di geometria fino a raggiungere, a fine sisma, un valore di circa il 30% superiore a quello iniziale ($k_{c,\max}=0.062$, Figura 2a). Di conseguenza lo spostamento $s_{\text{rif}}^{\text{VG}}$ del blocco di riferimento, al termine dell'evento sismico, risulta inferiore di circa il 20% allo spostamento s_{rif} calcolato assumendo k_c costante ($s_{\text{rif},\max}=37$ cm; $s_{\text{rif},\max}^{\text{VG}}=29$ cm; Figura 2b). Se per lo stesso *Schema 1* si assume $H=100$ m, si osservano, invece, valori finali del coefficiente sismico critico superiori di circa il 5% rispetto al caso $k_c=k_{c,0}$ costante e valori dello spostamento permanente massimo $s_{\text{rif},\max}^{\text{VG}}$ del blocco di riferimento inferiori a quelli ottenuti non considerando l'effetto di variazione della geometria di circa il 3%. Nello *Schema 2* ($k_{c,0}=0.118$; $k_{\max}=0.358$) (Figura 2c-d) per $H=10$ m si osservano incrementi di circa il 5% del coefficiente sismico critico (Figura 2c) e riduzioni dello spostamento del blocco di riferimento di circa il 3% (Figura 2d). Per $H=100$ m, invece, i risultati in termini di variazioni del coefficiente sismico critico e dello spostamento sono praticamente coincidenti con quelli relativi all'analisi eseguita senza considerare la variazione di geometria. Rispetto allo *Schema 1*, lo *Schema 2* presenta migliori condizioni di stabilità sismica iniziale e, pertanto, anche nel caso di pendio di piccole dimensioni ($H=10$ m) il

contributo della variazione di geometria è meno evidente. Nello *Schema 3*, infine, tale contributo è praticamente trascurabile indipendentemente dal valore di H (Figura 2e-f).

I risultati delle 45 analisi eseguite sono riportati nelle Figure 3-4. In particolare la Figura 3 mostra lo spostamento normalizzato $s_{rif,max}^{VG}/H$ al variare del rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ per differenti valori di H . Per un dato valore di H si osserva una forte dipendenza dei risultati dal rapporto $k_{c,0}/k_{max}$; viceversa, per un dato rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ l'altezza del pendio ha un ruolo significativo sull'entità dello spostamento cumulato. Nello stesso diagramma sono mostrate le curve di regressione di tipo esponenziale utilizzate per fittare i dati desunti dall'analisi e aventi la seguente espressione:

$$\frac{s_{rif,max}^{VG}}{H} = A \cdot e^{-B \cdot (k_{c,0}/k_{max})} \quad (4)$$

I coefficienti di regressione A e B sono riportati in Tabella 2 al variare di H . Le leggi di regressione determinate sono simili ad altre presenti in letteratura ma derivate nell'ambito di studi che trascurano gli effetti del cambio di geometria (e.g. Ambraseys e Menu, 1988; Biondi *et al.*, 2011); l'aspetto innovativo consiste nell'aver introdotto la dipendenza dall'altezza del pendio, parametro determinante sugli effetti della redistribuzione della massa sull'entità degli spostamenti cumulati.

I risultati delle analisi eseguite sono stati analizzati per valutare il rapporto $\mu = s_{rif,max}^{VG}/s_{rif,max}$ che rappresenta un fattore correttivo mediante il quale, i risultati di un'analisi che tiene conto della variazione di geometria del sistema (ovvero i valori dello spostamento $s_{rif,max}^{VG}$) possono essere previsti sulla base della conoscenza dello spostamento del sistema valutato trascurando l'effetto del cambio di geometria del sistema con il procedere degli spostamenti ($s_{rif,max}$). La Figura 4 mostra, per differenti valori dell'altezza H del pendio, i valori assunti dal fattore correttivo μ al variare del rapporto $k_{c,0}/k_{max}$. Si osserva che per gli schemi di pendio presi in esame nell'analisi i valori di μ sono compresi nell'intervallo 0.7 - 1.0. In tutti i casi esaminati, è evidente che, per una data altezza H , μ dipende dal rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ correlato alle iniziali condizioni di stabilità sismica del pendio.

I risultati delle analisi agli spostamenti sono stati utilizzati per determinare leggi di correlazione tra i valori del fattore correttivo μ , l'altezza H del pendio e il rapporto $k_{c,0}/k_{max}$. La Figura 4 mostra le leggi di correlazione determinate mediante analisi di regressione; in tutti i casi le migliori correlazioni risultano descritte da leggi esponenziali del tipo:

$$\mu = \frac{s_{rif,max}^{VG}}{s_{rif,max}} = \alpha \cdot \left(\frac{k_{c,0}}{k_{max}} \right)^\beta \quad (5)$$

I valori dei coefficienti di regressione α e β sono forniti in Tabella 2 al variare dell'altezza H del pendio. In tutti i casi il coefficiente di correlazione R^2 è compreso nell'intervallo 0.948-0.997 confermando l'accuratezza delle leggi di correlazioni proposte. Nella stessa tabella sono mostrati i valori della differenza $(\alpha-\beta)$ che, indipendentemente dall'altezza H del pendio, risulta mediamente pari all'unità. Mediante analisi di regressione il coefficiente β è stato messo in relazione all'altezza H del pendio nella forma: $\beta = C_1 \cdot H^{C_2}$ ottenendo $C_1 = 1.2127$, $C_2 = 0.8170$ e $R^2 = 0.997$. L'Eq. (5) è stata quindi riscritta nella forma:

$$\mu = (1 + C_1 \cdot H^{C_2}) \cdot \left(\frac{k_{c,0}}{k_{max}} \right)^{(C_1 \cdot H^{C_2})} \quad (6)$$

con la limitazione $\mu \leq 1$; in tal modo μ risulta direttamente correlato alle variabili H e $k_{c,0}/k_{max}$.

Bibliografia

- Ambraseys, N.N., Menu, J.M. (1988). Earthquake-induced ground displacement. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16(7), pp.985-1006.
- Bandini, V. (2010). Modelling of seismic-induced deformations in slopes: multi-block analysis vs shaking table tests. XX European Young Geotechnical Engineers Conference, Brno.
- Bandini, V., Cascone, E. (2009). Seismic displacement analysis of slopes: comparison between a multi-block model and shaking table tests. Proc., 5th ICEGE, Santiago, Chile.
- Bandini, V., Cascone, E. (2009). Analisi agli spostamenti di pendii con superfici di scorrimento mistilinee: confronto con risultati di prove su tavola vibrante. IARG 2009, Roma.
- Bandini, V. (2008). Analisi dei fenomeni di instabilità sismica dei pendii attraverso un modello multi-blocco. Tesi di dottorato, Università di Messina.
- Bandini, V., Cascone, E. (2008). Un modello multi-blocco per l'analisi sismica di pendii in terreni coesivi. IARG 2008, Catania.
- Bandini, V., Cascone, E., Biondi, G. (2008). A GLE multi-block model for the evaluation of seismic displacements of slopes. Proc. Seismic Eng. Int. Conf. commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake, Reggio Calabria, 485-492.
- Biondi, G., Cascone, E., Rampello, S. (2011). Valutazione del comportamento dei pendii in condizioni sismiche. *Rivista Italiana di Geotecnica*, n.1.
- Fredlund, D.G., Krahn, J. (1977). Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 14, pp. 429-439.
- Newmark, N.M. (1965). Effect of earthquakes on dams and embankments. The Rankine Lecture, *Geotechnique*, Vol. 15, No.2.
- Sarma, S.K., Chlimentzas, G.O. (2001). Co-seismic and post-seismic displacement of slopes. XV ICSMEG TC4, Satellite Conference on "Lesson learned from recent strong earthquakes", Istanbul, Turkey, pp.183-188.

Tabella 1. Rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ per i differenti schemi geometrici di pendio esaminati.

Accelerogramma	Schema 1	Schema 2	Schema 3
originale $k_{max}=0.358$	0.123	0.330	0.422
scalato a $k_{max}=0.45$	0.101	0.260	0.336
scalato a $k_{max}=0.55$	0.081	0.213	0.275

Tabella 2. Valori dei coefficienti di regressione relativi all'Eq. (4) e all'Eq. (5).

H (m)	A	B	α	β	$\alpha-\beta$
10	0.104	7.809	1.185	0.183	1.002
25	0.049	8.277	1.089	0.088	1.001
50	0.027	8.459	1.055	0.051	1.004
75	0.018	8.532	1.039	0.035	1.004
100	0.014	8.569	1.031	0.028	1.003

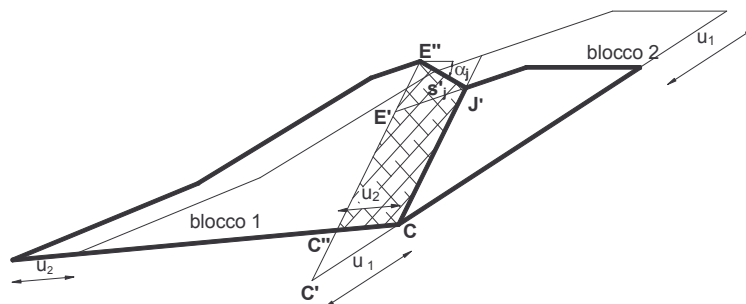


Figura 1. Variazione di geometria per un sistema a due blocchi.

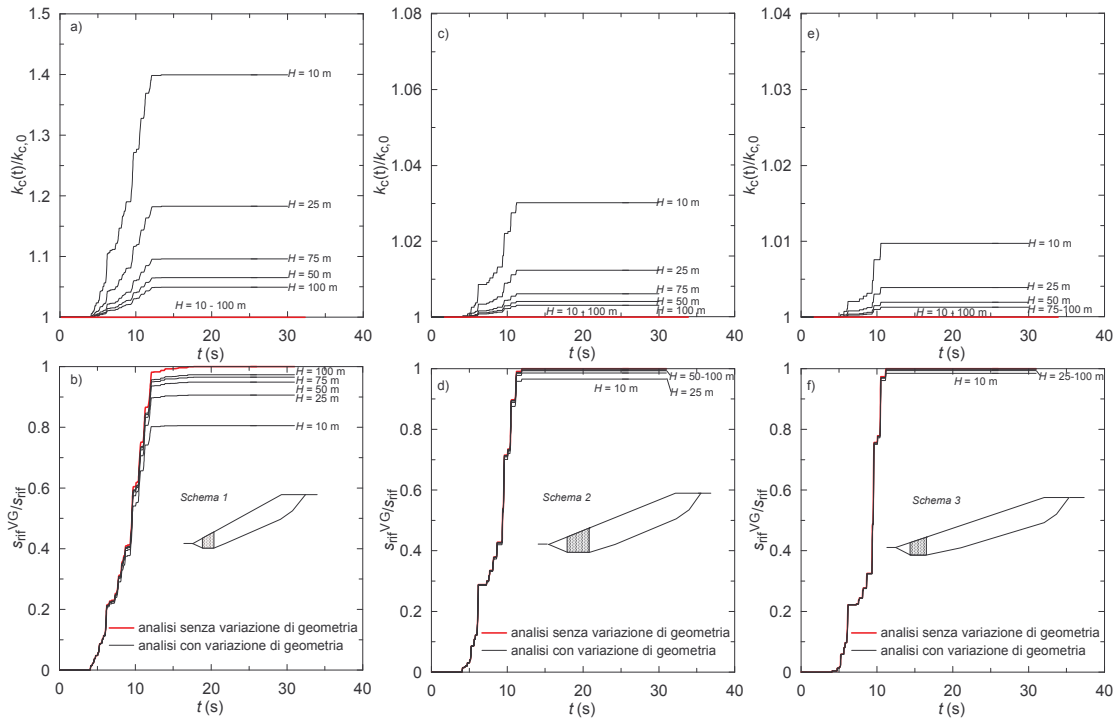


Figura 2. Schemi 1-3: effetto dell'altezza H del pendio sulla variazione del coefficiente sismico critico (a-c-e) e dello spostamento normalizzato del blocco di riferimento (b-d-f) valutato per la registrazione di Fig. 3 nel suo formato originale ($k_{max}=0.358$).

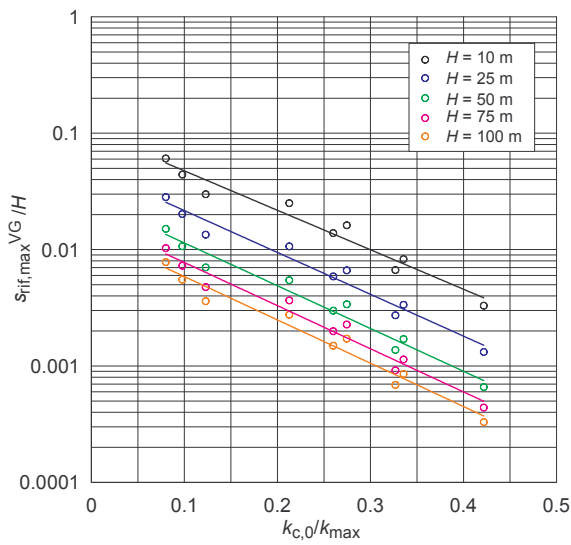


Figura 3. Variazione dello spostamento massimo del blocco al piede normalizzato con il rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ valutato per differenti valori dell'altezza del pendio.

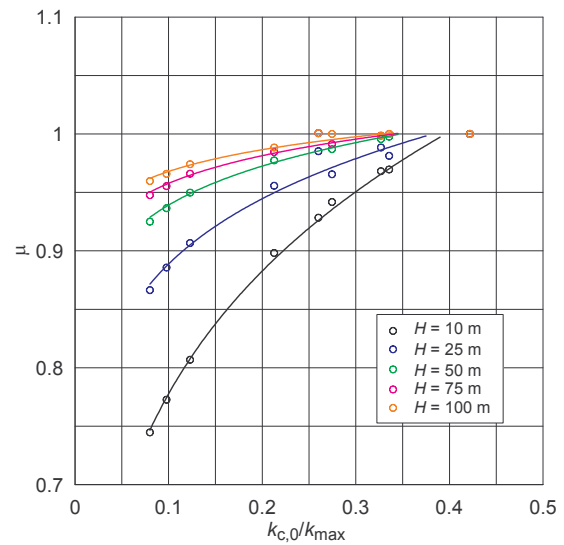


Figura 4. Variazione del coefficiente correttivo μ con il rapporto $k_{c,0}/k_{max}$ e dell'altezza H del pendio.