

## **EFFETTI DEL CREEP SULLA STABILITÀ DELLE TORRI**

Michela Marchi, Guido Gottardi  
*Università di Bologna*  
[michela.marchi@unibo.it](mailto:michela.marchi@unibo.it)

Renato Lancellotta  
*Politecnico di Torino*  
[renato.lancellotta@polito.it](mailto:renato.lancellotta@polito.it)

Roy Butterfield  
*University of Southampton*  
[R.Butterfield@soton.ac.uk](mailto:R.Butterfield@soton.ac.uk)

### **Sommario**

Molte torri antiche sono afflitte da problemi di stabilità. Le fondazioni di tali strutture sono generalmente superficiali ed è tramite i modelli basati sul macroelemento, sviluppati per tali fondazioni, che è possibile studiare i due meccanismi di collasso, tipici delle fondazioni delle torri: la capacità portante e la stabilità dell'equilibrio. Per le torri storiche particolarmente importanti sono i fenomeni di creep, che regolano l'evoluzione nel tempo delle rotazioni dell'asse di queste strutture. Gli autori propongono in questo studio una metodologia per implementare il creep nella formulazione del macroelemento con un approccio di tipo semiempirico. Da tali sviluppi derivano importanti considerazioni sulle previsioni del collasso della struttura per instabilità dell'equilibrio. La formulazione è dimostrata in relazione alla torre di Pisa.

### **Introduzione**

Osservando l'orizzonte di molti centri storici italiani è immediato notare come questi siano dominati da innumerevoli torri e campanili e comprendere quindi quanto sia importante il tema della loro conservazione nel patrimonio artistico del nostro paese. Il fascino di queste strutture è tale da renderle in molti casi elemento identificativo della città che le ospita. Esempi emblematici sono Pisa, Bologna, Modena e Venezia. Ma il tema della conservazione delle torri storiche deve fare i conti con i complessi problemi di interazione terreno-struttura, spesso non immediatamente decifrabili, che ne regolano i movimenti ed evolvono nel tempo in modo significativo. Diversi sono i meccanismi di rottura che possono interessare il sistema terreno-fondazione: il problema della stabilità dell'equilibrio, condizionato dalla rigidità del terreno, si contrappone a quello della capacità portante, condizionato invece dalla resistenza del terreno. Le condizioni di sicurezza di una torre ovvero, più in generale, di una struttura snella tendono inoltre a cambiare passando dal breve al lungo periodo, frequentemente a causa del progressivo aumento di pendenza che genera stati di sollecitazione in fondazione sempre più gravosi. Le rotazioni ed i cedimenti differiti nel tempo sono legati alla presenza dei fenomeni di creep del terreno e sono aggravati dalle inevitabili imperfezioni iniziali sia della struttura in elevazione sia dello stesso terreno di fondazione. Indubbiamente la valutazione della sicurezza e la previsione del comportamento delle strutture a torre

costituisce da sempre una sfida per tutti gli addetti ai lavori. La ricerca si è finora indirizzata verso lo sviluppo e l'implementazione di specifici modelli avanzati, basati sull'applicazione del concetto di macroelemento al sistema complessivo terreno-struttura (Marchi *et al*, 2008). I risultati finora conseguiti, calibrati su diverse torri come ad esempio la Torre di Pisa ed alcuni campanili storici di Venezia, consentono di tenere in debito conto la risposta altamente non lineare e di natura tipicamente elasto-plastica inelastica dei terreni di fondazione. Di recente, ulteriori sforzi sono stati fatti con lo scopo di integrare nelle analisi il comportamento viscoso del terreno, ed introdurre quindi la variabile tempo, fondamentale per un'interpretazione corretta del comportamento delle strutture reali. Nei seguenti paragrafi viene descritta la modalità con cui il fenomeno del creep è stato integrato nelle formulazioni classiche dei modelli e quale sia il suo effetto in termini di stabilità delle torri (Marchi *et al*, 2011).

### Le analisi di stabilità delle torri con l'ausilio dei modelli elasto-plastici inelastici per le fondazioni superficiali

Le analisi di stabilità per la valutazione delle condizioni di sicurezza della fondazione di una struttura a torre possono essere condotte efficacemente nel piano momento-rotazione ( $M-\theta$ ) facendo ricorso ai modelli elasto-plastici inelastici per fondazioni superficiali. Elemento chiave di queste analisi è la curva momento-rotazione del sistema terreno-fondazione che può essere generata attraverso tali modelli una volta assegnato uno specifico percorso di carico (Gottardi, 2006) e che dovrà essere traslata di un opportuno valore di  $\theta_0$  (Figura 1), lungo l'asse delle ascisse (asse  $\theta$ ), per tener conto dell'imperfezione iniziale che caratterizza tutte le strutture a torre.

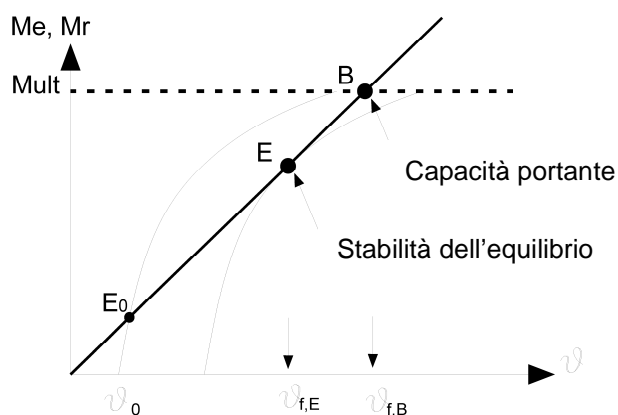


Figura 1. Stabilità dell'equilibrio vs. capacità portante nel piano  $M-\theta$ .

Una volta individuato il percorso di carico significativo per una torre (carico verticale  $V$  costante e momento  $M$  che aumenta con l'aumentare dell'inclinazione della torre) ed il modello idoneo ad interpretare il comportamento del terreno di fondazione, è quindi possibile eseguire lo studio combinato di capacità portante e stabilità dell'equilibrio come segue:

- per la capacità portante, noto l'involuppo di rottura significativo (se esiste), si ricava il valore massimo del momento ( $M_{ult}$ ) che il terreno può sopportare in funzione del peso della torre. Nel piano  $M-\theta$  tale valore costituisce un limite invalicabile e individua la rottura per capacità portante della fondazione (punto B in Figura 1).
- lo studio di stabilità dell'equilibrio si effettua confrontando la curva momento-rotazione (i.e. rigidità rotazionale del sistema terreno-fondazione) con la retta del momento esterno ( $M_e$ ) della struttura ( $M_e = Wh\theta$ , con  $W$  peso della torre e  $h$  altezza del baricentro della struttura). Il punto E in Figura 1 rappresenta la rottura per stabilità dell'equilibrio nel caso in cui le rotazioni dovute ai fenomeni di creep del terreno vengano interpretate come incremento dell'imperfezione iniziale della struttura, come suggerito da Cheney *et al* nel 1991.

Particolarmente rilevanti per le strutture reali, soprattutto se storiche, sono i fenomeni di creep. Non ci si sofferma quindi in questa sede sui dettagli del confronto tra capacità portante e stabilità dell'equilibrio, peraltro già trattate per esteso in Marchi (2008), Marchi & Gottardi (2008) e Marchi *et al* (2011), per lasciare spazio alla descrizione di come il creep possa essere introdotto nei modelli per le fondazioni superficiali ed in particolare come la sua nuova interpretazione si ripercuota sulla previsione di instabilità delle torri.

### Il creep nei modelli elasto-plastici incrudenti per le fondazioni superficiali

Il creep delle fondazioni superficiali può essere introdotto nei modelli elasto-plastici incrudenti per analogia con il noto modello semi-empirico proposto da Bjerrum (1967) nella 7° Rankine Lecture (Figura 2a). Assumendo che lo stesso tipo di comportamento valga anche per le fondazioni superficiali allora, sotto carico verticale  $W$  costante, il cedimento verticale di una torre,  $w$  diventa  $w'$ , e qualsiasi incremento di carico  $\Delta V$  genera un incremento di cedimento  $\Delta w_e$  di tipo elastico (Figure 2b). Analogamente, si può ipotizzare l'esistenza di un creep rotazionale che, a momento costante trasforma  $\theta$  in  $\theta'$  quindi, come per il verticale, qualsiasi incremento di carico  $\Delta M$  genera un  $\Delta \theta_e$  elastico (Figure 2c).

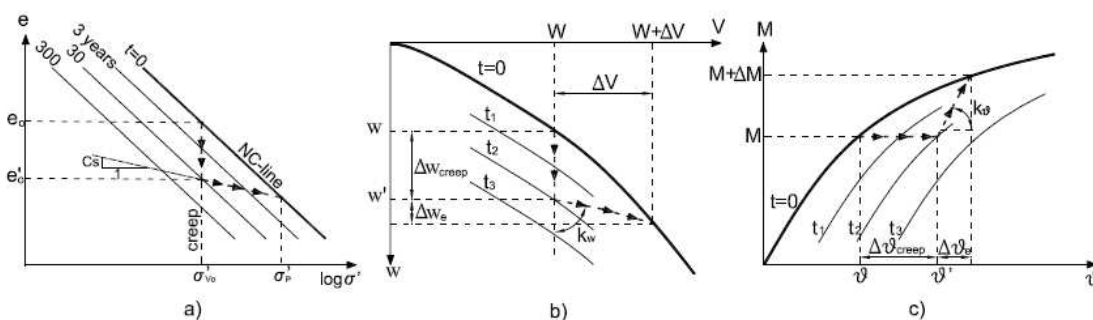


Figura 2. a) Creep hardening (da Bjerrum, 1967); b) Creep hardening verticale per una fondazione superficiale; c) Creep hardening rotazionale per una fondazione superficiale.

Ogni incremento di rotazione ( $\Delta \theta_{creep}$ ) e/o cedimento ( $\Delta w_{creep}$ ) dovuto a creep, di tipo plastico, genera incrudimento nel modello e quindi un'espansione della superficie di snervamento. Ogni incremento di carico tale da rimanere interno alla superficie di snervamento darà quindi luogo a cedimenti solo di tipo elastico. Si noti infine che il creep rotazionale per le queste strutture non avviene a carico costante ma il momento aumenta nel tempo con l'aumentare delle rotazioni dell'asse della struttura. Questo fatto, come si discute nei seguenti paragrafi, riveste un ruolo importante nelle analisi di stabilità dell'equilibrio delle torri.

### Effetti del creep sulle previsioni di stabilità dell'equilibrio

Il creep rotazionale, a differenza di quello verticale, influisce sullo stato di sollecitazione della fondazione di una torre. Per ogni incremento finito di rotazione per creep ( $\Delta \theta_{creep}$ ) infatti il corrispondente incremento di momento esterno è dato da:

$$(1) \quad \Delta M_e = W \cdot h \cdot \Delta \theta = W \cdot h \cdot (\Delta \theta_e + \Delta \theta_{creep})$$

dove  $\Delta \theta$  è l'incremento di rotazione a tempo  $t$ , dato sia dalla rotazione per creep  $\Delta \theta_{creep}$  che dalla rotazione elastica dovuta all'incremento di momento esterno  $\Delta \theta_e$  (Figure 3a).

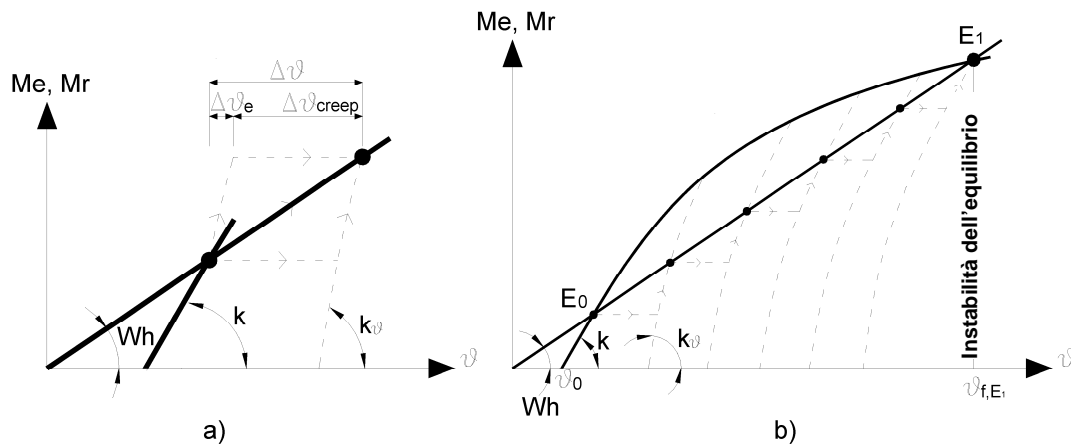


Figura 3 a) Incremento di rotazione a seguito del creep; b) Creep rotazionale per una torre.

La Figura 3b mostra l'evoluzione del processo di creep rotazionale che porta all'instabilità dell'equilibrio della torre nel punto  $E_1$ . La configurazione di equilibrio della torre tende ad evolversi nel tempo fino a quando, al di là del punto  $E_1$ , la fondazione non è più in grado di equilibrare il momento esterno generato dalla sovrastruttura. In Figura 4 sono confrontate tra loro le rotazioni che corrispondono all'instabilità dell'equilibrio secondo diverse interpretazioni:  $\theta_{f,E1}$ , nell'interpretazione che tiene conto del creep rotazionale e  $\theta_{f,E2}$ , in quella convenzionale senza hardening (Cheney *et al*, 1991).

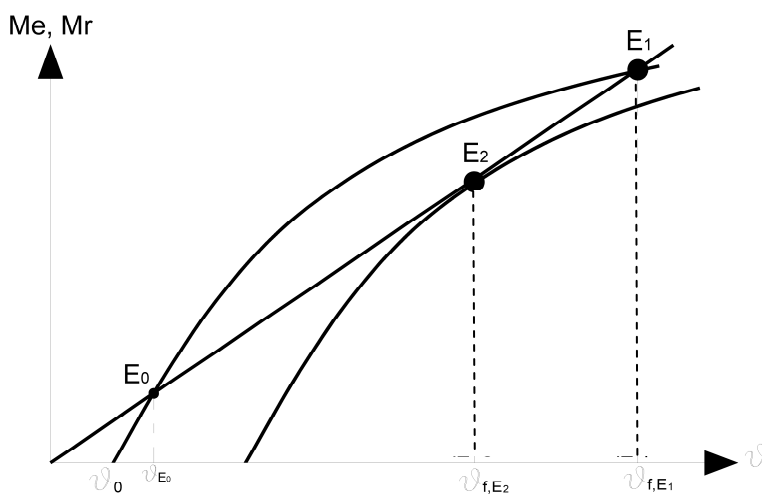


Figura 4 Previsioni di stabilità dell'equilibrio nel modello con ( $E_1$ ) e senza ( $E_2$ ) creep rotazionale.

Nella nuova interpretazione, in cui viene eliminato il processo di traslazione della curva  $M-\theta$ , il punto che corrisponde all'instabilità dell'equilibrio si ottiene sempre per una rotazione ( $\theta_{f,E1}$ ) maggiore rispetto a quella che deriva dall'interpretazione tradizionale ( $\theta_{f,E2}$ ). Il punto  $E_1$  inoltre risulta indipendente dal processo di creep considerato, e dipende solo dalla rotazione iniziale  $\theta_0$  (i.e. imperfezione) della struttura, dalla forma della curva  $M-\theta$ , e dalle caratteristiche geometriche della torre ( $h$  e  $W$ ) che determinano la retta del momento esterno. Nonostante il nuovo modello mostri un margine sicurezza maggiore in termini di rotazione della struttura, e' comunque importante tener conto del fatto che avvicinandosi a rottura la velocità di rotazione aumenta notevolmente. Tale fenomeno non può essere trascurato in

un'accurata analisi di stabilità. Nel seguente paragrafo viene proposta una nuova formulazione per la definizione dell'evoluzione delle rotazioni nel tempo.

### Evoluzione delle rotazioni nel tempo

L'analisi di stabilità necessita, per essere esaustiva, della previsione della velocità delle rotazioni della torre nel tempo. Assumendo una funzione di creep di tipo logaritmico, del tipo  $\ln(1 + t/t_0)$ , dove  $t_0$  sia un fattore di scala con la stessa unità di misura di  $t$  e tenendo conto dell'incremento di rotazione dovuto all'aumento di momento esterno, è possibile integrare tale equazione tra  $\theta_0$  (quando  $t = 0$ ) e  $\theta$ , ottenendo:

$$(2) \quad \theta(t) = \left(1 + \frac{Wh}{k_\theta}\right) \ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) + \theta_0$$

Dove  $k_\theta$  è la rigidezza rotazionale della fondazione.

A tale equazione può essere aggiunto un secondo termine esponenziale del tipo  $-c \ln(1 - t/t_3)$ , che vale zero per  $t = 0$  e infinito per  $t = t_3$ , che descrive l'innescarsi del creep terziario. Tale fenomeno, significativo in presenza di creep deviatorico, rappresenta l'aumento della velocità di creep con l'avvicinarsi della rottura. L'espressione che segue tiene conto del creep primario e terziario ed è quindi in grado di rappresentare l'intera storia delle rotazioni di una torre.

$$(3) \quad \theta(t) = \left(1 + \frac{Wh}{k_\theta}\right) \left\{ \ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) - c \ln\left(1 - \frac{t}{t_3}\right) \right\} + \theta_0$$

$t_0$  e  $t_3$  sono 'tempi arbitrari' e  $c$  è un parametro del modello che può essere calibrato sulla base delle storia delle rotazioni della torre.

In Figura 5 è rappresentato l'andamento qualitativo dell'equazione 3 per  $t_0 = 1$  anno,  $t_3 = 1000$  anni,  $c = 1$ ,  $W = 100$  MN,  $k = 100000$  MNm $^\circ$ ,  $h = 10$  m and  $\theta_0 = 1^\circ$ .

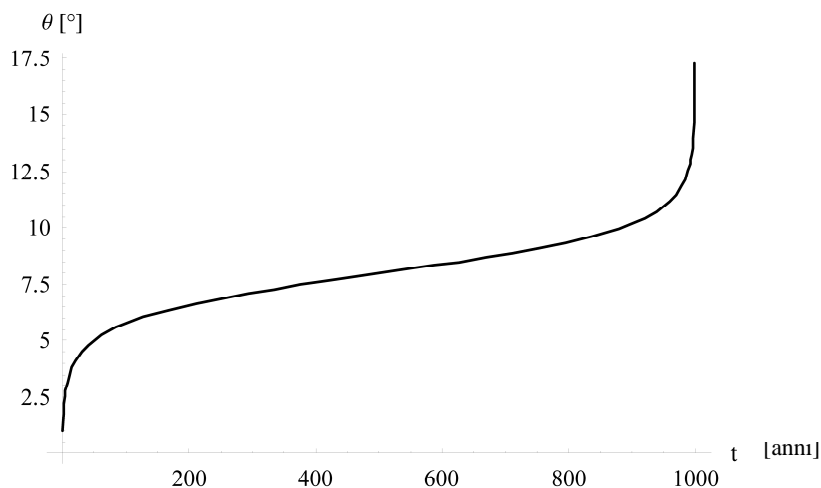


Figura 5 Trend dell'equazione 3 per dei valori generici dei parametri

Nell'equazione 3 il processo di creep terziario viene fatto incominciare per  $t=0$ . Nella realtà tale processo comincia solo successivamente. Ad esempio è plausibile ipotizzare che il terziario si inneschi con la parzializzazione della base della fondazione, quando l'inclinazione della torre è tale per cui la risultante delle forze in fondazione esca dal terzo medio. Se assumiamo che questo accada all'istante di tempo  $t_2$  l'equazione 4 può essere modificata come segue:

$$(5) \quad \theta(t) = \left(1 + \frac{Wh}{k_\theta}\right) \left\{ \ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) - c \ln\left(1 - \frac{t-t_2}{t_1}\right) U(t-t_2) \right\} + \theta_0$$

Dove  $t_1$  è il tempo che fornisce l'istante corrispondente al collasso della torre secondo la relazione  $t_3 = (t_1 + t_2)$ , e  $U(t - t_2)$  è una 'unit step function' che ha la proprietà di valere 0 per  $(t - t_2) < 0$  e 1 per  $(t - t_2) \geq 0$ .

### **Conclusioni**

Le analisi di stabilità delle torri, in relazione alle principali problematiche geotecniche che le riguardano, devono essere affrontate valutando le condizioni di sicurezza della struttura nei confronti delle rotture per:

- (a) capacità portante, dovuta all'insufficiente resistenza del terreno di fondazione;
- (b) stabilità dell'equilibrio, dovuta all'insufficiente rigidità del terreno di fondazione;

Tali problematiche, affrontate in modo unitario facendo ricorso ai modelli elasto-plastici incrudenti per le fondazioni superficiali, devono essere studiate alla luce dei fenomeni di creep che hanno un'importanza fondamentale per tutte le strutture reali. In questo contributo è stato descritto come il creep possa essere integrato nei modelli elasto-plastici incrudenti per le fondazioni superficiali per analogia con il modello semi-empirico di Bjerrum. Si dimostra inoltre che tenendo conto di questo fenomeno le rotazioni ammissibili prima di raggiungere l'instabilità dell'equilibrio sono maggiori rispetto a quelle previste con metodologie di analisi tradizionali e che non dipendono dallo specifico modello di creep considerato. Infine, l'andamento delle rotazioni delle torri nel tempo è stato studiato proponendo un'espressione che tenga conto del fenomeno di creep terziario, dovuto alla componente deviatorica degli sforzi, che mostra l'accelerazione delle rotazioni nel tempo in prossimità della rottura finale.

### **Bibliografia**

- Bjerrum, L. (1967). Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of buildings. *Seventh Rankine Lecture. Géotechnique*, 17, 81-118.
- Cheney, J., Abghari, A. & Kutter, B. L. (1991). Stability of leaning towers. *J. ASCE-GED*, CXVII(2), 297-318.
- Gottardi, G. (2006). Recenti sviluppi nella modellazione del comportamento di fondazioni superficiali. Relazione Generale. *V Convegno Nazionale dei Ricercatori di Ingegneria Geotecnica, Politecnico di Bari: Fondazioni Superficiali e Profonde*. 15-16 Settembre 2006. Hevelius Edizioni, 2007, pp. 85 - 119.
- Marchi, M. (2008). *Stability and strength analysis of leaning towers*. PhD Thesis. Università di Parma, Italia.
- Marchi M., Gottardi, G. (2008). Un contributo alle analisi di stabilità delle torri. In: *IARG 2008. Catania, 15-17 Settembre 2008*, Atti in CD-ROM.
- Marchi, M., Butterfield, R., Gottardi, G. & Lancellotta, R. (2011). Stability and strength analysis of leaning towers. *Géotechnique*, Accepted for publication.