

## **DETERMINAZIONE DELLO STATO DI SFORZO IN SITU A PARTIRE DA DATI DI SCAVO DI POZZO**

G. Della Vecchia  
*Politecnico di Torino*  
*gabriele.dellavecchia@polito.it*

G. Capasso  
*ENI S.p.a.*  
*gaia.capasso@eni.com*

A. Pandolfi  
*Politecnico di Milano*  
*pandolfi@stru.polimi.it*

### **Sommario**

Si descrive una metodologia atta a valutare lo stato di sforzo in situ in depositi di terreni o rocciosi, partendo dalle informazioni relative alle rotture a compressione e a trazione osservate sulle pareti di pozzi a sezione circolare, e formatesi in seguito alle operazioni di scavo. Le diverse soluzioni analitiche reperibili in letteratura, che descrivono la distribuzione di sforzi intorno a fori circolari in un continuo elastico e lineare, combinate con alcuni criteri di rottura adatti ai geomateriali, consentono di ottenere una stima del range di variabilità degli sforzi orizzontali in situ. Il terreno è considerato in termini di sforzi efficaci, come materiale alla Terzaghi, e i transitori dovuti alla generazione di sovrappressioni interstiziali durante lo scavo sono trascurati. In particolare, si propone inizialmente una procedura ottimale per la stima del range di variazione dello sforzo orizzontale massimo basata su una soluzione analitica che si basa sulle sole soluzioni elastiche. Assegnata la resistenza a compressione del materiale, ed ipotizzando che il materiale si comporti in modo elastico-perfettamente plastico, è possibile successivamente stabilire un legame tra l'estensione della zona di rottura a compressione (corrispondente alle zone di breakout) e lo sforzo orizzontale massimo. La soluzione analitica proposta è quindi confrontata con soluzioni numeriche ottenute con il metodo degli elementi finiti, in cui si considerano diversi regimi di faglia. Si osserva corrispondenza tra la soluzione analitica e quella numerica in tutti i casi considerati, con forte convergenza in funzione del grado di raffinamento della mesh. Si può affermare che il metodo analitico sia validato dalle analisi numeriche.

### **Introduzione**

La conoscenza dello stato di sforzo in situ permette l'utilizzo corretto delle equazioni della meccanica nell'analisi di molti problemi di interesse pratico nell'ingegneria del petrolio, come il collasso del foro di perforazione, la perdita di fango stabilizzante, fenomeni di fratturazione o produzione di sabbia, ed altri. Tradizionalmente non è facile ottenere una misura attendibile dello stato di sforzo in situ (Aadnoy, 1990). Nel seguito si propone una metodologia atta a valutare lo stato di sforzo in situ in depositi di terreni o rocciosi, partendo dalle informazioni relative alle fratture a compressione e a trazione osservate sulle pareti di pozzi a sezione circolare, formatesi in seguito alle operazioni di perforazione. L'ipotesi alla base del lavoro è che una direzione principale di sforzo sia verticale e quindi le altre due siano orizzontali. Questa ipotesi è attendibile per aree tettonicamente inattive o aree che si sono ormai rilassate da precedenti attività tettoniche. Inoltre, come documentato da Bell (2003), in genere le superfici superiori di molti bacini sedimentari sono orizzontali, quindi le direzioni principali di sforzo sono approssimativamente verticale e orizzontale. Nel seguito si indicherà con  $S_v$  lo sforzo principale verticale, con  $S_H$  lo sforzo orizzontale massimo e con  $S_h$  lo sforzo orizzontale minimo. La determinazione dello sforzo richiede la determinazione di sei informazioni, ad esempio gli sforzi principali e le direzioni principali. Nella pratica, tuttavia, le incognite si riducono a quattro: potendo assumere nella maggior parte dei casi la direzione verticale come principale, è sufficiente conoscere una

delle due direzioni principali orizzontali, ed ottenere l'altra dalla condizione di ortogonalità.

Zoback (2007) riporta un elenco dettagliato delle possibili sorgenti di informazioni disponibili per ottenere lo stato di sforzo in sito.

- Assumendo che lo sforzo verticale  $S_v$  sia principale, esso può essere determinato dall'integrazione dell'andamento della densità con la profondità. Le fratture di trazione indotte dallo scavo consentono di verificare l'ipotesi di sforzo verticale principale.
- L'orientazione degli sforzi principali può essere ottenuta da osservazioni alla scala del pozzo, da indicatori della storia geologica recente e dai meccanismi focali dei terremoti.
- Lo sforzo principale minimo  $S_3$ , corrispondente a  $S_h$  tranne che nel caso di regime di faglia inverso, può essere calcolato sulla base di test di fratturazione idraulica.
- La pressione interstiziale può essere misurata direttamente o stimata da log geofisici o dati sismici.

Nell'ipotesi che siano note le variabili sopra citate, occorre definire dei limiti sui valori della componente  $S_H$  per ottenere una stima dello stato di sforzo. Tali limiti possono essere determinati attraverso vincoli imposti sulla resistenza a taglio del materiale o, in modo ancora più preciso, sfruttando informazioni sulle rotture (breakout e/o di trazione) ottenute durante lo scavo. Tali informazioni sono molto utili anche per la determinazione dell'orientazione degli sforzi principali.

Le rotture di *breakout* sono legate ad un processo di rottura a compressione, che avviene quando il massimo sforzo circonferenziale in prossimità della superficie del foro supera la resistenza locale della roccia. Nel caso di foro verticale e sforzo verticale principale, questa situazione genera rotture di breakout caratterizzate da un azimuth coincidente con quello dello sforzo principale orizzontale minimo. Più complessa è l'interpretazione nel caso di pozzi inclinati.

Le rotture a trazione indotte dallo scavo (*drilling induced*) sono un altro meccanismo di rottura che può fornire importanti informazioni sull'entità e sulla direzione dello sforzo orizzontale principale massimo. Queste fratture si formano sulla parete del pozzo ad un azimuth coincidente con la direzione dello sforzo orizzontale massimo, quando lo sforzo circonferenziale è localmente di trazione. Per una descrizione dettagliata di tutte le metodologie disponibili in letteratura per la determinazione dello sforzo in sito si può fare riferimento al testo di Amadei and Stephansson (1997).

### **Stima dello stato di sforzo per materiali elastici e lineari**

#### *Determinazione della perturbazione indotta dal foro*

Nel caso di materiale elastico e lineare, si può valutare la perturbazione indotta dal foro. Si consideri il problema assialsimmetrico di un semispazio elastico e lineare, con un foro cilindrico verticale di raggio interno  $a$ , soggetto ad pressione uniforme  $p_i$  sulla superficie interna del cilindro. La coordinata radiale  $r$ , con origine nel centro del foro, varia tra  $a$  e  $\infty$ . Detta  $p_w$  la pressione del liquido intersiziale, si introduce la pressione netta  $p_{\text{net}} = p_i - p_w$ . In condizioni di deformazione piana, le soluzioni di Kirsh, si veda per esempio Jaeger et al. (2007), permettono di calcolare la perturbazione della distribuzione degli sforzi nel semispazio dovuta alla presenza del foro, in funzione degli sforzi principali orizzontali far-field massimo e minimo,  $S_H$  e  $S_h$  rispettivamente. In termini di sforzi efficaci radiali, circonferenziali e tangenziali si ha

$$\begin{aligned}
 \sigma'_r &= \frac{1}{2}(S'_H + S'_h) \left[ 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right] + p_{\text{net}} \left(\frac{a}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}(S'_H - S'_h) \left[ 1 - 4\left(\frac{a}{r}\right)^2 + 3\left(\frac{a}{r}\right)^4 \right] \cos 2\theta, \\
 \sigma'_\theta &= \frac{1}{2}(S'_H + S'_h) \left[ 1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right] - p_{\text{net}} \left(\frac{a}{r}\right)^2 - \frac{1}{2}(S'_H - S'_h) \left[ 1 + 3\left(\frac{a}{r}\right)^4 \right] \cos 2\theta, \\
 \tau_{r\theta} &= -\frac{1}{2}(S'_H - S'_h) \left[ 1 + 2\left(\frac{a}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{a}{r}\right)^4 \right] \sin 2\theta,
 \end{aligned} \tag{1}$$

essendo  $\theta$  definito come l'angolo tra la direzione dello sforzo principale massimo e il raggio che congiunge il centro del foro con il punto preso in considerazione. Dalle equazioni (1) è evidente che la perturbazione allo stato di sforzo in situ dovuta alla presenza della cavità si estinguono proporzionalmente al rapporto  $\left(\frac{a}{r}\right)^2$ . Ad esempio, per  $r = 10a$ , il valore di  $\sigma'_\theta$  è pari a circa l'1% del corrispondente valore sulla parete del foro ( $r = a$ ), e le perturbazioni indotte dallo scavo posso quindi essere trascurate. Pertanto  $S'_H$  e  $S'_h$  corrispondono alle due componenti orizzontali dello stato di sforzo che ci sarebbe, in assenza del foro, in una regione circolare di raggio circa  $10a$  nell'intorno del foro.

Lo sforzo circonferenziale sulla superficie del foro vale:

$$\sigma'_\theta(a, \theta) = (S'_H + S'_h) - p_{\text{net}} - 2(S'_H - S'_h) \cos 2\theta, \tag{2}$$

e varia tra un minimo  $3S'_h - S'_H - p_{\text{net}}$ , per  $\theta = 0$  o  $\theta = \pi$ , ed un massimo  $3S'_H - S'_h - p_{\text{net}}$  per  $\theta = \pi/2$ , o  $\theta = 3/2\pi$

Se sono noti a priori i valori di  $S_v$ ,  $S_h$  e  $p_{\text{net}}$ , oltre alle caratteristiche del materiale in termini di parametri elastici e di resistenza, è possibile ottenere una stima dell'intervallo di variazione di  $S_H$ , sfruttando le informazioni legate all'eventuale presenza di rotture di compressione e trazione.

### *Stima dello sforzo orizzontale massimo $S_H$ da rottura a compressione*

Nel caso si verifichi una rottura a compressione, si può ottenere una stima del valore minimo dello sforzo principale orizzontale massimo  $S_H^{\text{min}}$ . La rottura a compressione avviene in corrispondenza dell'azimuth  $\theta = \pi/2$ , con  $\sigma'_\theta$  coincidente con lo sforzo principale massimo. Gli sforzi principali possono essere scritti in funzione dei valori pre-esistenti dello stato di sforzo in situ. Per  $\theta = \pi/2$  si ha

$$\begin{aligned}
 \sigma'_\theta &= 3S'_H - S'_h - p_{\text{net}}, \\
 \sigma'_z &= S'_v + \Delta\sigma'_z, \\
 \sigma'_r &= p_{\text{net}}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Per calcolare la variazione di sforzo  $\Delta\sigma'_z$  dovuto allo scavo del pozzo si assume, coerentemente con la soluzione elastica utilizzata, che il processo avvenga a deformazione verticale nulla ( $\Delta\epsilon_z = 0$ ). Gli incrementi di sforzo radiale e tangenziale in questo caso valgono  $\Delta\sigma'_r = p_{\text{net}} - S'_h$  e  $\Delta\sigma'_\theta = \sigma'_\theta - S'_H = 2S'_H - S'_h - p_{\text{net}}$ , e pertanto si ottiene  $\Delta\sigma'_z = 2\nu(S'_H - S'_h)$ .

Una volta espressi i valori degli sforzi principali  $\sigma'_\theta$ ,  $\sigma'_r$  e  $\sigma'_z$  in funzione dell'unica incognita  $S'_H$ , il problema da risolvere diventa in questo caso

$$f_C \left( \sigma'_z(S_H^{\text{min}}), \sigma'_r, \sigma'_\theta(S_H^{\text{min}}) \right) = f_C(S_H^{\text{min}}) = 0, \tag{4}$$

dove  $f_C$  è un opportuno criterio di resistenza del materiale.

Nel caso si assuma un criterio alla Mohr-Coulomb, entrano in gioco lo sforzo principale massimo,  $\sigma'_1$ , e minimo,  $\sigma'_3$ , sulla parete del foro:

$$\sigma'_1 = C + N_\phi \sigma'_3. \quad (5)$$

Per  $\theta = \pi/2$ , dove si ha la rottura di breakout, lo sforzo principale massimo è  $\sigma'_\theta$ , ma non è noto a priori lo sforzo principale minimo.

Se lo sforzo principale minimo è  $\sigma'_r$ , la stima del minimo di  $S'_H$  è

$$S'^{\min}_H = \frac{1}{3} [S'_h + (1 + N_\phi)p_{\text{net}} + C] \quad \text{se } \sigma'_3 = \sigma'_r. \quad (6)$$

viceversa se lo sforzo principale minimo è  $\sigma'_z$ , si ottiene

$$S'^{\min}_H = \frac{C + N_\phi S'_v + S'_h(1 - 2\nu N_\phi) + p_{\text{net}}}{3 - 2\nu N_\phi} \quad \text{se } \sigma'_3 = \sigma'_z. \quad (7)$$

Nel caso in cui non vi sia evidenza di rotture a compressione, i limiti individuati in precedenza per  $S_H$  possono essere considerati dei limiti massimi.

### Estensione a materiali elastici-perfettamente plastici

Allo scopo di migliorare la stima del valore massimo dello sforzo orizzontale in sito, viene nel seguito proposta una procedura per sfruttare le informazioni disponibili dall'indagine geologica sull'ampiezza delle rotture di breakout. Si utilizza un approccio analitico approssimato, che riprende la metodologia proposta da Barton et al. (1998), e lo si confronta con risultati numerici agli elementi finiti. L'ipotesi di base è che l'ampiezza del breakout misurata in sito coincida con l'ampiezza della zona plasticizzata a compressione, che si formerebbe nelle medesime condizioni in un materiale con comportamento elastico-perfettamente plastico. Barton et al. (1998) introducono l'angolo  $\alpha_b$  che sottende la zona di breakout dal centro del foro e l'angolo  $\theta_b$ , positivo se antiorario, formato dalla direzione principale di sforzo orizzontale massimo e dalla direzione che congiunge il centro del foro con l'estremo della zona di breakout. In questo contesto, la zona di breakout è la zona dove si manifestano deformazioni plastiche di compressione. La geometria del foro e della zona plasticizzata sono visualizzate in Fig. 1.

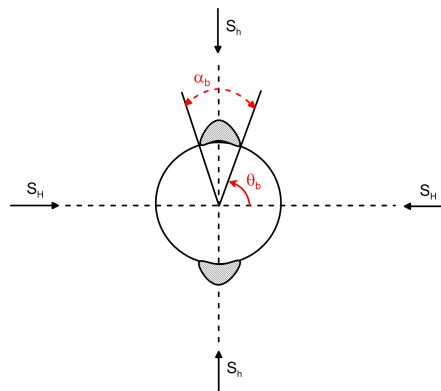


Figura 1. Definizione degli angoli  $\alpha_b$  e  $\theta_b$

Gli sforzi principali sulla parete del pozzo, nel punto di raccordo tra zona elastica e zona plasticizzata, dipendono dall'angolo  $\theta_b$  e la loro espressione analitica è:

$$\begin{aligned} \sigma'_\theta &= S'_H + S'_h - p_{\text{net}} - 2(S'_H - S'_h) \cos 2\theta_b, \\ \sigma'_z &= S'_v + \Delta\sigma'_z, \\ \sigma'_r &= p_{\text{net}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Per valutare la variazione dello sforzo  $\Delta\sigma'_z$  dovuto allo scavo del pozzo si ipotizza, anche in questo caso, che il processo avvenga in condizioni di deformazione piana, e pertanto l'incremento di deformazione verticale sia nullo, ovvero  $\Delta\epsilon_z = 0$ . Gli sforzi correnti sulla parete del foro sono quindi dati da:

$$\begin{aligned}\sigma'_\theta &= S'_H + S'_h - p_{\text{net}} - 2(S'_H - S'_h) \cos 2\theta_b, \\ \sigma'_z &= S'_v - 2\nu(S'_H - S'_h) \cos 2\theta_b, \\ \sigma'_r &= p_{\text{net}}.\end{aligned}\quad (9)$$

Si ipotizza quindi che in corrispondenza dell'angolo  $\theta = \theta_b$  il materiale si trovi in condizioni di incipiente plasticizzazione. Pertanto si può valutare lo sforzo verticale usando la soluzione elastica (1), ed imponendo che lo sforzo soddisfi anche la condizione di snervamento ((5) nel caso di criterio di snervamento alla Mohr-Coulomb). La soluzione che si ottiene dipende sia dall'estensione della zona plasticizzata che dal criterio di snervamento considerato.

#### Validazione numerica nel caso di criterio di snervamento alla Mohr-Coulomb

Analogamente al caso elastico, lo sforzo massimo di compressione si ha per  $\theta = \pi/2$ . Lo sforzo principale massimo è quindi pari a  $\sigma'_\theta$ , ma non è noto a priori lo sforzo principale minimo. Se si assume che lo sforzo principale minimo sia  $\sigma'_r$ , si stima come valore minimo dello sforzo orizzontale massimo

$$S'_H = \frac{C - S'_h(1 + 2 \cos 2\theta_b) + (1 + N_\phi)p_{\text{net}}}{1 - 2 \cos 2\theta_b}, \quad \sigma'_3 = \sigma'_r. \quad (10)$$

Se si assume che lo sforzo principale minimo sia  $\sigma'_z$ , si ha:

$$S'_H = \frac{C + N_\phi S'_v + S'_h[-1 - 2 \cos 2\theta_b(1 - \nu N_\phi)] + p_{\text{net}}}{1 + 2 \cos 2\theta_b(\nu N_\phi - 1)}, \quad \sigma'_3 = \sigma'_z. \quad (11)$$

L'approccio è stato confrontato con simulazioni numeriche ad elementi finiti, cercando di valutare il legame tra l'angolo  $\theta_b$  e lo sforzo orizzontale massimo far-field  $S'_H$ . Si sono prese in considerazione diverse combinazioni di sforzi far-field e di pressione netta, in modo da riprodurre tutti i regimi di faglia possibili (normale, trascorrente ed inversa). Il regime di *faglia normale* è definito dalle disuguaglianze  $S_V > S_H > S_h$ . Questa situazione è riprodotta assegnando:

$$S'_v/p_{\text{net}} = 4, \quad S'_h/p_{\text{net}} = 2, \quad (12)$$

e facendo variare l'angolo  $\theta_b$  tra 90 e 45 gradi.

Il regime di *faglia trascorrente* è definito dalle disuguaglianze  $S_H > S_V > S_h$ . Questa situazione è riprodotta assegnando:

$$S'_v/p_{\text{net}} = 2, \quad S'_h/p_{\text{net}} = 1.6, \quad (13)$$

e facendo variare l'angolo  $\theta_b$  tra 90 e 45 gradi.

Il regime di *faglia inversa* è definito dalle disuguaglianze  $S_H > S_h > S_V$ . Questa situazione è riprodotta assegnando:

$$S'_v/p_{\text{net}} = 1.6, \quad S'_h/p_{\text{net}} = 2.4, \quad (14)$$

e facendo variare l'angolo  $\theta_b$  tra 90 e 45 gradi.

Nelle simulazioni si sono adottati alcuni valori di riferimento per i parametri del materiale, in particolare si è assunto  $C = 0$ ,  $N_\phi = 4.6$ , corrispondente ad un angolo di attrito di 40 gradi, e  $\nu = 0.3$ . L'applicazione del metodo analitico consiste nel calcolare, mediante le relazioni (10) e (11), il valore di  $S'_H$  al variare dell'angolo  $\theta_b$ , assegnati i valori degli altri due sforzi principali  $S'_h$  e  $S'_v$  e quello della pressione netta  $p_{\text{net}}$ . La simulazione numerica è condotta mediante una successione di analisi statiche che riproducono tre situazioni temporalmente successive:

- Assegnazione dello stato di sforzo iniziale, dovuto allo sforzo verticale  $S'_v$  ed agli sforzi orizzontali ortogonali  $S'_H = S'_h$ .
- Modellazione del foro (senza simulazione dello scavo) mediante l'applicazione di una pressione del foro netta  $p_{\text{net}}$  in condizioni di deformazione piana.
- Incremento del solo sforzo orizzontale  $S'_H$ , mantenendo le condizioni di deformazione piana e mantendo costante sia lo sforzo minimo  $S'_h$  sia la pressione netta  $p_{\text{net}}$ . In questa fase ci si aspetta la formazione di una regione plasticizzata intorno ad una parte del foro.

Durante la terza fase si valuta l'estensione della zona plasticizzata in funzione dello sforzo orizzontale massimo  $S'_H$  individuando gli elementi plasticizzati situati sul contorno del foro. Data la dimensione finita degli elementi, il risultato è ovviamente dipendente dalla discretizzazione adottata.

L'analisi di riferimento considera inizialmente un foro di raggio  $a$  in un dominio di forma parallelepipedica costituito da materiale elastico e lineare, costituito da 14402 nodi e 8984 elementi tetraedrici a 10 nodi. Le dimensioni in pianta del dominio sono  $20a \times 20a$ , mentre l'altezza è pari a  $2a$ . Per valutare la dipendenza dalla mesh, successive analisi sono state effettuate riducendo la dimensione degli elementi sulla parete del foro alla metà e ad un quarto. I risultati ottenuti sono riportati in Fig. 2 e confermano l'attendibilità dell'approccio analitico adottato. Le figure mostrano chiaramente che l'accuratezza cresce con il diminuire della dimensione degli elementi.

## Conclusioni

E' stata illustrata una metodologia che consente di stimare lo stato di sforzo in sito a partire da dati di rottura alla scala del pozzo. Le soluzioni elastiche lineari reperibili in letteratura sono state estese a materiali elastici-perfettamente plastici, permettendo di stimare lo sforzo orizzontale massimo in funzione dell'estensione delle rotture a compressione sulla parete del foro. La soluzione analitica proposta è stata confrontata con simulazioni numeriche agli elementi finiti, prendendo in considerazione diversi regimi tensionali. Le ipotesi alla base della metodologia proposta potranno in futuro essere verificate con dati sperimentali ottenuti con tecniche differenti, come per esempio la velocità di propagazione di onde sismiche.

## Bibliografia

- Aadnoy, B. S. (1990). In-situ stress directions from borehole fracture traces. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 4:143–153.
- Amadei, B. and Stephansson, O. (1997). *Rock Stress and Its Measurements*. Chapman & Hall, London.
- Barton, C., Castillo, D., Moos, D., Peska, P., and Zoback, M. (1998). Characterizing the full stress tensor based on observations of drilling-induced wellbore failures in vertical and inclined boreholes leading to improved wellbore stability and permeability prediction. *APPEA Journal*, pages 29–53.
- Bell, J. (2003). Practical methods for estimating in situ stress for borehole stability applications in sedimentary basins. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 38:111–119.
- Jaeger, J., Cook, N., and Zimmermann, R. (2007). *Fundamentals of Rock Mechanics*. Blackwell Publishing.
- Zoback, M. (2007). *Reservoir Geomechanics*. Cambridge University Press.

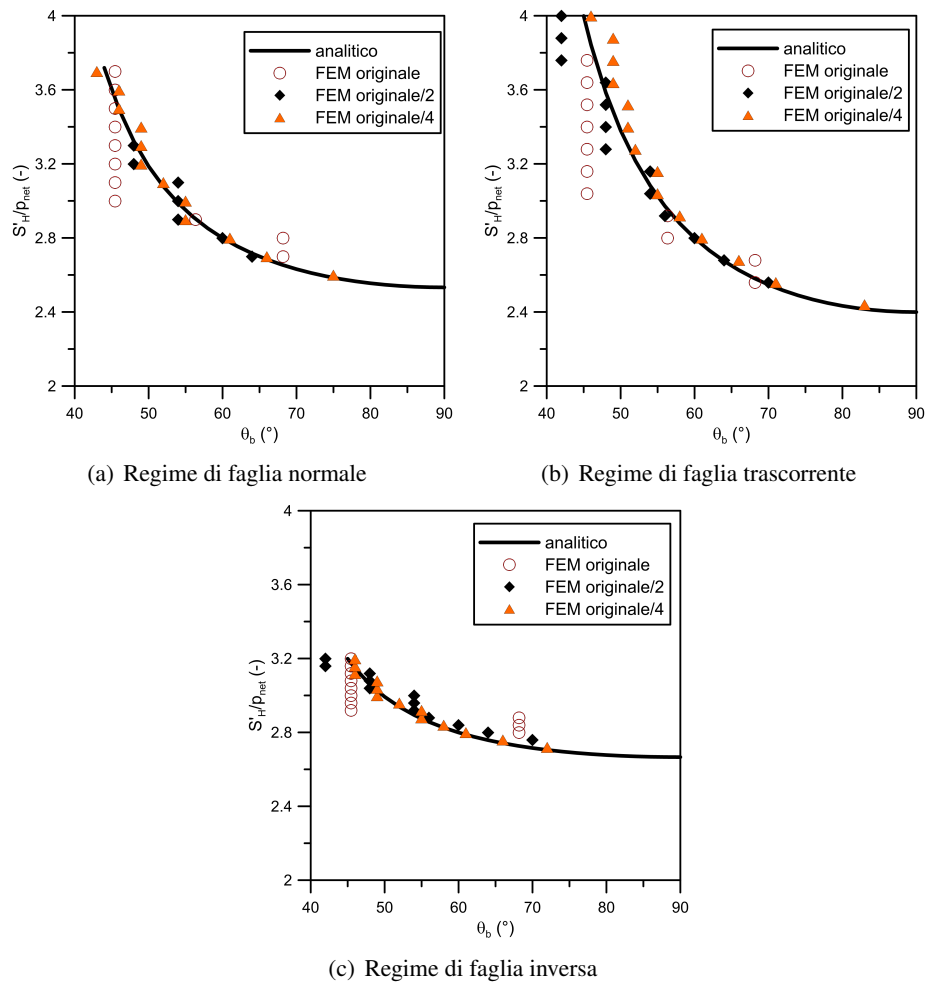


Figura 2. Stima di  $S'_H$  in funzione di  $\theta_b$  per diversi regimi di faglia, ottenuta dimezzando e dividendo per quattro la dimensione degli elementi sulla parete del foro.