

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale



**Politecnico
di Torino**

Tesi di Laurea Triennale

La dinamica dei flussi bifase contenenti bolle

Relatori

Prof.ssa Stefania Scarsoglio

Ing. Davide Perrone

Candidata

Elisa Santoro

Matricola: 281595

ANNO ACCADEMICO 2022-2023

Indice

| | |
|---|----|
| Introduzione | 1 |
| 1 Caratterizzazione dei flussi bifase | 2 |
| 1.1 Flussi bifase in condotti orizzontali macroscopici: la teoria di Y. Taitel e A. E. Dukler | 2 |
| 1.2 Flussi bifase in condotti orizzontali microscopici | 8 |
| 1.2.1 Le osservazioni sperimentali di R. Revellin | 9 |
| 1.2.2 Il modello teorico predittivo proposto da A. Ullmann e N. Brauner | 11 |
| 2 Descrizione del campo di moto attorno ad una bolla in un flusso ad elevato numero di Reynolds | 15 |
| 2.1 La teoria di D. W. Moore | 15 |
| 2.1.1 Risoluzione delle equazioni di Navier - Stokes per lo strato limite | 16 |
| 2.1.2 Correzione dell'espressione di C_D | 18 |
| 2.2 Gli effetti delle impurità: le osservazioni di T. Maxworthy | 19 |
| 2.2.1 Set-up sperimentale | 20 |
| 2.2.2 Discussione dei risultati e confronto con la teoria di D. W. Moore | 21 |
| 2.3 Il moto instabile: la teoria di P. G. Saffman | 24 |
| 2.3.1 La traiettoria a spirale | 26 |
| 2.3.2 La conferma sperimentale di J. Mercier | 29 |
| 2.4 La presenza di tensioattivi: le osservazioni di C. Ybert e J. M. Di Meglio | 31 |
| 2.4.1 Predisposizione per la raccolta dati e strumenti utilizzati | 33 |
| 2.4.2 L'Effetto Marangoni | 33 |
| 3 La fluidodinamica di una colonna a bolle | 37 |
| 3.1 Principi di funzionamento di un reattore e presentazione dell'approccio multiscala | 37 |

| | |
|--|----|
| 3.2 Classificazione dei regimi di flusso | 40 |
| Conclusioni | 44 |
| Bibliografia | 46 |

Introduzione

I flussi bifase contenenti bolle (in inglese *bubbly flows*) sono una classe di flussi bifase in cui bolle gassose di piccolo diametro si muovono all'interno di un mezzo continuo di fase liquida. Il seguente elaborato si propone di analizzare e comprendere gli eventi fisici che caratterizzano il fenomeno; in particolare si definisce il campo di moto e si studiano le condizioni per cui avviene una transizione del regime di flusso.

A tal fine, si è partiti da una descrizione dei flussi bifase in ogni loro forma: questa panoramica generale è stata predisposta con l'intenzione di permettere al lettore di apprezzare maggiormente la complessità del fenomeno. In particolare si intende sottolineare la differenza rispetto alle correnti monofase, la cui risoluzione del campo di moto è possibile a partire dalle equazioni di bilancio combinate con le equazioni costitutive.

Successivamente la trattazione si sposta sul moto di una singola bolla sferica, di piccolo diametro, in un flusso ad elevato numero di Reynolds: avendo esaminato alcune tra le più significative teorie proposte in merito, si è ritenuto verosimile affermare che il coefficiente di resistenza agente sulla bolla dipenda tanto dagli sforzi viscosi agenti su di essa quanto dalle forze di pressione a cui questa è soggetta durante la sua evoluzione spaziotemporale. Si riportano inoltre alcune analisi riguardanti l'instabilità del percorso seguito durante il moto, e vengono studiati gli effetti dovuti alla presenza di impurità all'interno della fase liquida e all'assorbimento di tensioattivi da parte della superficie della bolla.

Si presenta infine un'introduzione ai principi di funzionamento delle colonne a bolle (*two-phase bubble columns*); questi reattori sfruttano i flussi bifase contenenti bolle per il loro funzionamento e trovano grande applicazione nell'industria chimica. La suddetta trattazione offre una panoramica dell'approccio multiscala necessario per descrivere le complesse interazioni fluidodinamiche che si registrano al loro interno in maniera completa e rigorosa, e vengono inoltre descritte le diverse configurazioni in cui è possibile osservare il flusso all'aumentare della portata della fase gassosa.

Capitolo 1

Caratterizzazione dei flussi bifase

Con l'espressione *flussi bifase* si definiscono in fluidodinamica i flussi in cui sono contemporaneamente presenti due stati di aggregazione della materia, e si definisce *interfaccia* la superficie con cui queste due fasi entrano in contatto combinandosi tra di loro.

Nel corso degli studi che hanno interessato questa branca della fluidodinamica, sono state proposte diverse classificazioni dei regimi di flusso bifase [1]. Nel seguente elaborato si fa riferimento a una suddivisione basata sulla geometria assunta dalle interfacce; nella tabella 1 si riporta uno schema riassuntivo. In alternativa, è possibile organizzare i flussi bifase a seconda delle combinazioni degli stati di materia presenti, distinguendo quindi miscugli gas–solido, gas–liquido, liquido–solido e due liquidi immiscibili tra di loro.

Il seguente capitolo si sofferma sulla caratterizzazione qualitativa dei diversi regimi di flusso gas-liquido osservabili all'interno di condotti orizzontali macroscopici e microscopici e sull'analisi delle cause che possono portare alla transizione da un regime ad un altro.

1.1 Flussi bifase in condotti orizzontali macroscopici: la teoria di Y. Taitel e A. E. Dukler

Nel 1976 i professori Y. Taitel e A. E. Duckler condussero presso il Dipartimento di Ingegneria Chimica dell'Università di Houston diversi esperimenti al fine di analizzare il comportamento di un flusso stratificato all'interno di condotti orizzontali o quasi-orizzontali [2]. Si definisce *flusso stratificato* un flusso in cui sono presenti due strati di fluidi distinti, non mescolati tra loro, ciascuno dei quali risulta

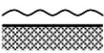
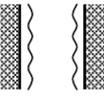
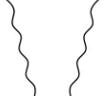
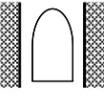
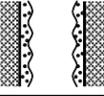
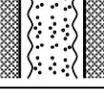
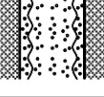
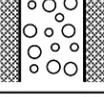
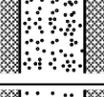
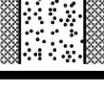
| Class | Typical regimes | Geometry | Configuration | Examples |
|-----------------------------|-----------------------------------|---|---|-------------------------------------|
| Separated flows | Film flow |  | Liquid film in gas Gas film in liquid | Film condensation Film boiling |
| | Annular flow |  | Liquid core and gas film Gas core and liquid film | Film boiling Boilers |
| | Jet flow |  | Liquid jet in gas Gas jet in liquid | Atomization Jet condenser |
| Mixed or Transitional flows | Cap, Slug or Churn-turbulent flow |  | Gas pocket in liquid | Sodium boiling in forced convection |
| | Bubbly annular flow |  | Gas bubbles in liquid film with gas core | Evaporators with wall nucleation |
| | Droplet annular flow |  | Gas core with droplets and liquid film | Steam generator |
| | Bubbly droplet annular flow |  | Gas core with droplets and liquid film with gas bubbles | Boiling nuclear reactor channel |
| Dispersed flows | Bubbly flow |  | Gas bubbles in liquid | Chemical reactors |
| | Droplet flow |  | Liquid droplets in gas | Spray cooling |
| | Particulate flow |  | Solid particles in gas or liquid | Transportation of powder |

Tabella 1: Classificazione dei flussi bifase

caratterizzato da una propria densità e velocità. A partire da queste osservazioni, furono in grado di determinare il meccanismo secondo cui avviene la transizione da un regime ad un altro e di predire le possibili configurazioni finali che il flusso in ingresso del condotto avrebbe potuto assumere.

Essi individuarono cinque regimi di flusso distinti: *stratificato uniforme*, *stratificato ondulato*, *intermittente*, *annulare con dispersione di liquido* e *disperso contenente bolle* (in inglese tali espressioni corrispondono rispettivamente a *smooth stratified*,

wavy stratified, intermittent, annular with dispersed liquid e dispersed bubble regimes). Riportarono infine i loro risultati in un plot bidimensionale che verrà analizzato nel dettaglio nella prosecuzione del capitolo (figura 1).

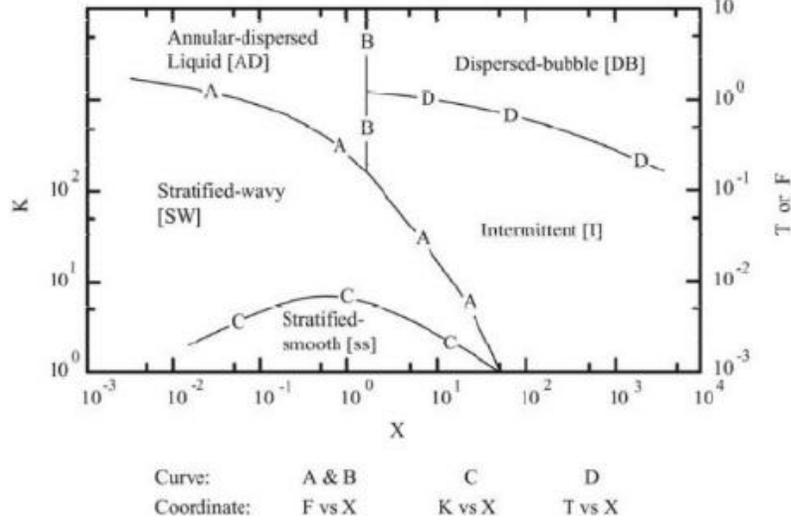


Figura 1: Mappatura dei regimi di flusso in un condotto orizzontale

Si ipotizzi che all'ingresso del condotto sia presente la condizione di flusso stratificato; supponendo che la caduta di pressione all'interno della tubatura coincida per entrambe le fasi, è possibile definire il legame tra la fase liquida e la fase gassosa a partire dalle equazioni di bilancio della quantità di moto (1.1) e (1.2).

$$-A_L \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_{WL} S_L + \tau_i S_i + \rho_L A_L g \sin \alpha = 0 \quad (1.1)$$

$$-A_G \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_{WG} S_G - \tau_i S_i + \rho_G A_L g \sin \alpha = 0 \quad (1.2)$$

Dalle espressioni sopra riportate, si definiscono:

- A_j : area occupata dalla fase j-esima all'interno del condotto;
- S_j : sezione trasversale della fase j-esima;
- ρ_j : densità della fase j-esima;
- τ_{Wj} : sforzo di taglio a parete della fase j-esima;
- τ_i : sforzo di taglio sull'interfaccia tra le due fasi,

con $j = L$ se si fa riferimento allo stato liquido o $j = G$ se si intende lo stato gassoso.

Eguagliando le due espressioni ottenute isolando il termine $\frac{dp}{dx}$ si ottiene l'equazione 1.3, per la quale è necessario integrare le definizioni di sforzi di taglio τ_{WL} , τ_{WG} e τ_i (1.4).

$$\tau_{WG} \frac{S_G}{A_G} - \tau_{WL} \frac{S_L}{A_L} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \alpha = 0 \quad (1.3)$$

$$\tau_{WL} = f_L \frac{\rho_{WL} u_L^2}{2} \quad \tau_{WG} = f_G \frac{\rho_{WG} u_G^2}{2} \quad \tau_i = f_i \frac{\rho_G (u_G - u_L)^2}{2} \quad (1.4)$$

Nell'equazione (1.4), l'espressione u_j indica la velocità media della fase j all'interno del condotto, e i parametri f_j rappresentano i coefficienti di attrito; questi risultano direttamente proporzionali alla velocità u_j e al diametro idraulico D_j , ed inversamente proporzionali alla viscosità cinematica ν_j .

Per svincolare l'analisi dalla geometria del condotto e dalle proprietà dei fluidi in questione, Y. Taitel e A. E. Duckler riformularono l'equazione (1.3) in forma adimensionale, ottenendo l'equazione (1.5) la cui comprensione non può prescindere dalla definizione dei parametri adimensionali X^2 ed Y .

$$X^2 \left[\left(\tilde{u}_L \tilde{D}_L \right)^{-n} \tilde{u}_L^2 \frac{\tilde{S}_L}{A_L} \right] - \left[\left(\tilde{u}_G \tilde{D}_G \right)^{-m} \tilde{u}_G^2 \left(\frac{\tilde{S}_G}{A_G} + \frac{\tilde{S}_i}{A_L} + \frac{\tilde{S}_i}{A_G} \right) \right] - 4Y = 0 \quad (1.5)$$

$$X^2 = \frac{|(dP/dx)_L|}{|(dP/dx)_G|} \quad Y = \frac{(\rho_L - \rho_G) g \sin \alpha}{|dP/dx|_G} \quad (1.6)$$

Il parametro X , introdotto per la prima volta da R. W. Lockhart e R. C. Martinelli nel 1949, è definito come il rapporto tra la caduta di pressione che si verificherebbe nel condotto se questo fosse riempito solamente con la fase liquida e la caduta di pressione alla quale si assisterebbe se all'interno vi fosse esclusivamente il gas; si può determinare in maniera inequivocabile a partire dai dati sulle portate del flusso, le proprietà dei fluidi in analisi e il diametro della condotta. Il parametro Y valuta invece le forze generate sul liquido nella direzione del flusso a causa della gravità e della caduta di pressione; può anch'esso essere calcolato in maniera univoca per un condotto inclinato di un angolo α , e si annulla per un flusso orizzontale.

Poiché ciascun termine nell'equazione (1.5) dipende esclusivamente dal rapporto h_L/D (ossia la frazione percentuale che il liquido occupa in altezza rispetto al diametro del condotto), ogni coppia di valori $X - Y$ identifica un unico valore di h_L/D indipendentemente dal diametro, dall'inclinazione del condotto, dalle proprietà dei fluidi e dalla portata del flusso analizzato. Avendo così definito

l'equazione descrittiva del campo di moto, Y. Taitel e A. E. Dukler procedettero ad analizzare le diverse condizioni critiche di transizione.

Si osserva innanzitutto che, a partire dalla condizione di flusso stratificato, all'aumentare della portata del liquido si crea un'onda al suo interno che smorza il deflusso del gas fino eventualmente a bloccarlo. Sono stati registrati due possibili scenari, a seconda della velocità con cui la fase gassosa incontra tale ostacolo; per basse u_g il flusso transisce ad una configurazione *slug* o *plug*, di natura intermittente, mentre per valori di u_g elevati la quantità instabile di liquido presente nell'onda risulta insufficiente per il suo autosostenimento. Per questo motivo, la bolla viene trascinata alla parete del condotto generando una sottile pellicola di liquido e causando una transizione a regime anulare. Appare quindi evidente che la configurazione di flusso stratificato possa sempre transire esclusivamente ad un flusso di natura intermittente o di tipo anulare, e ciò è rappresentato dalla linea A nel plot bidimensionale in figura 1.

Approfondendo la condizione di regime di flusso stratificato, si individuano due sottoregioni di equilibrio: la configurazione di flusso stratificato uniforme e il regime di flusso stratificato ondosio. Quest'ultimo si verifica quando il gas si muove a una velocità tale da favorire la formazione dell'onda, ma non sufficientemente elevata da innescare una crescita rapida e conseguente transizione. La generazione di queste onde appare un fenomeno particolarmente complesso e ancora non totalmente compreso; si ipotizza che si formino quando la pressione ed il lavoro di taglio superano la dissipazione viscosa all'interno delle onde stesse. La condizione critica proposta per cui si osserva una transizione da regime stratificato uniforme a stratificato ondosio è riportata nell'equazione (1.7), espressa in forma adimensionale nell'equazione (1.8) ed individuata dalla linea C nel mappatura di flusso in figura 1.

$$u_G \geq \left[\frac{4 \cdot \nu_L \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot \cos \alpha}{s \cdot \rho_G \cdot u_L} \right]^{1/2} \quad (1.7)$$

$$K \geq \frac{2}{\sqrt{\tilde{u}_L} \cdot \tilde{u}_G \cdot \sqrt{s}} \quad (1.8)$$

È stato inoltre stabilito un criterio di instabilità in grado di determinare quando l'onda risulti sufficientemente instabile da provocare una vera e propria transizione di regime. A partire dalla teoria di Helmholtz – Kelvin, che propone una condizione di instabilità per onde di ampiezza infinitesima che si formano su un'interfaccia piana tra due piani paralleli, si è estesa la trattazione al caso di onde finite che si formano su una superficie piatta di liquido tra due piani paralleli ed al caso di condotto inclinato. Si è così giunti alle condizioni critiche descritte nell'equazione

(1.9) e (1.10) ed espresse in forma adimensionale nell'equazione (1.11).

$$u_G > C_1 \left(\frac{g(\rho_L - \rho_G)h_G}{\rho_G} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.9)$$

$$u_G > C_2 \left[\frac{(\rho_L - \rho_G)g \cos \alpha A_G}{\rho_G dA_L/dh_L} \right] \quad (1.10)$$

$$F^2 \left[\frac{\tilde{u}_G(d\tilde{A}_L/d\tilde{h}_L)}{C_2^2 \tilde{A}_G} \right] \geq 1 \quad (1.11)$$

Nelle equazioni sopra riportate, il coefficiente C_1 dipende dalla dimensione dell'onda instabile, mentre il coefficiente C_2 può essere definito come $C_2 = 1 - \frac{h_L}{D}$. Inoltre, l'equazione (1.11) contiene il numero di Froude modificato dal rapporto di densità; tale parametro adimensionale, definito come $F = \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G}} \cdot \frac{u_G}{\sqrt{Dg \cos \alpha}}$, misura il rapporto tra la velocità del gas e la radice quadrata della lunghezza caratteristica del problema, tenendo in considerazione il rapporto tra la densità del gas e quella della fase liquida sottostante. Si può inoltre definire il parametro K , riportato nell'equazione (1.8), come il prodotto del quadrato del numero di Froude modificato e la radice quadrata del numero di Reynolds del liquido: $K = F^2 Re_L$.

Poiché tutti i termini presenti all'interno della parentesi quadra nell'equazione (1.11) dipendono esclusivamente dal rapporto h_L/D , la transizione di regime da sinistra a destra della linea A nel plot in figura 1 dipende solamente dai parametri X , Y ed F . Si osserva inoltre un valore critico di h_L/D pari a $h_L/D = 0.5$, corrispondente a $X = 1.6$ per i condotti orizzontali; questo coincide con la linea B del plot in figura 1. È quindi possibile determinare il tipo di transizione che un flusso stratificato subirà conoscendo solamente la frazione percentuale che il liquido occupa in altezza rispetto al diametro del condotto; per valori di $h_L/D < 0.5$ (ossia per $X < 1.6$) si avrà transizione a regime anulare, mentre per valori di $h_L/D > 0.5$ ($X > 1.6$) si avrà transizione a configurazione intermittente.

Infine, è possibile osservare un'ulteriore transizione di regime all'interno del dominio intermittente. Ciò si verifica per elevate velocità del liquido e basse portate di fase gassosa; in queste condizioni, il livello di equilibrio del liquido può raggiungere la parete opposta del condotto, portando il gas a mescolarsi con la fase liquida circostante fino a formare delle vere e proprie bolle gassose disperse. Questo regime prende il nome regime a bolle disperse (in inglese *bubbly flow*), e si verifica quando le forze turbolente F_T di natura fluttuante risultano sufficientemente intense da superare le forze di galleggiamento F_G che mantengono il gas in cima al condotto.

Tali forze sono definite fisicamente dalle seguenti equazioni:

$$F_G = g \cos \alpha (\rho_L - \rho_G) A_G \quad (1.12)$$

$$F_T = \frac{1}{2} \rho_L \overline{v'^2} S_i \quad (1.13)$$

L'equazione (1.13) è stata proposta per la prima volta da E. M. Levich nel 1962, e contiene il termine di fluttuazione della velocità radiale v' . La condizione critica di transizione da configurazione intermittente a regime a bolle disperse si verifica per $F_T \geq F_G$, ossia per:

$$u_L \geq \left[\frac{4A_G g \cos \alpha}{S_i f_L} \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.14)$$

Tale equazione si presenta nel modo seguente quando espressa in forma adimensionale.

$$T^2 \geq \left[\frac{8\tilde{A}_G}{\tilde{S}_i \tilde{u}_L^2 (\tilde{u}_L \tilde{D}_L)^{-n}} \right] \quad (1.15)$$

Il parametro T è una variabile adimensionale, analoga al fattore K introdotto nell'equazione (1.8); è definito nell'equazione (1.16) e rappresenta il rapporto tra le forze turbolente e la forza di gravità che agiscono sul gas.

$$T = \left[\frac{|dP/dx|_L}{(\rho_L - \rho_G)g \cos \alpha} \right]^{1/2} \quad (1.16)$$

Analogamente al caso precedente, la cui condizione critica coincideva con l'equazione (1.11), ciascun termine all'interno della parentesi quadra dell'equazione (1.16) dipende solamente dal rapporto h_L/D ; appare quindi evidente che la transizione di regime appena descritta sia unicamente determinata dai parametri X , Y e T . Nel caso di un condotto orizzontale (per cui $Y = 0$), la linea D all'interno del plot bidimensionale di mappatura in figura 1 rappresenta la separazione dei due regimi di flusso.

1.2 Flussi bifase in condotti orizzontali microscopici

Nei condotti di dimensioni microscopiche, a differenza delle tubazioni macroscopiche, gli effetti della tensione superficiale diventano predominanti rispetto a quelli di natura gravitazionale. Ciò risulta tanto più evidente al ridursi del diametro della microconduttura. Inoltre, la bagnabilità delle pareti delle tubature diventa rilevante nella determinazione del comportamento del flusso. Pertanto si è ritenuto necessario definire modelli predittivi specifici per i condotti di dimensione microscopica [3].

Nel seguente paragrafo si riportano le osservazioni sperimentali condotte da R. Revellin per un sistema bifase basato sul fluido refrigerante R-134a [4], e verranno successivamente confrontate con il modello predittivo proposto da A. Ullmann e N. Brauner [5].

1.2.1 Le osservazioni sperimentali di R. Revellin

Nel 2006, R. Revellin [4] condusse diverse osservazioni sperimentali con l'intenzione di caratterizzare, a partire da rilevazioni ottiche, i regimi di flusso bifase all'interno di un condotto microscopico in vetro dal diametro di 0.5 mm; impiegò il fluido refrigerante R-134a nella sua condizione satura (ossia in equilibrio tra la fase liquida e la fase gassosa) a 30 °C e 7.7 bar.

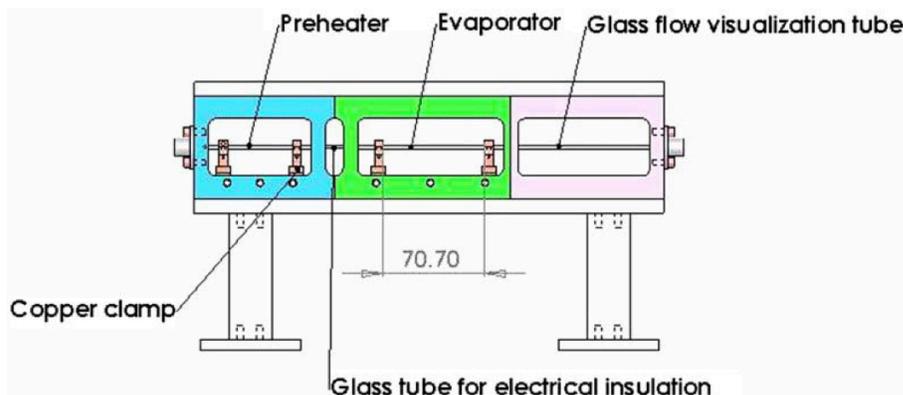


Figura 2: Rappresentazione schematica dell'apparecchiatura utilizzata durante le rilevazioni

Il microcondotto si trova all'interno del macchinario rappresentato in figura 2. Tale apparecchiatura presenta tre compartimenti: il pre-riscaldatore, in cui il fluido subisce un aumento di temperatura al fine di ridurre la quantità di energia richiesta per la vaporizzazione, l'evaporatore, in cui si generano le bolle che verranno successivamente disperse nella fase liquida, e il tubo di visualizzazione del flusso, che consente l'analisi ottica vera e propria. Si osservi come in questa configurazione sperimentale la condizione di flusso bifase non è stata ottenuta attraverso l'iniezione del gas all'interno della fase liquida, pertanto le proprietà delle bolle sono esclusivamente determinate dal processo di evaporazione e risultano indipendenti dalle caratteristiche dell'iniettore.

Il metodo ottico utilizzato per le rilevazioni sperimentali è illustrato in figura 3. Due raggi laser, distanziati 70.63 mm, sono stati diretti verso il tubo di vetro e sono stati focalizzati in altezza a metà del microtubo tramite due lenti. Dal lato opposto del condotto sono stati posizionati due fotodiodi completamente verniciati in nero, se non per una banda centrale da 1 mm per isolare il segnale, a misurare l'intensità della luce. Tali fotodiodi sono stati collegati a un sistema di acquisizione in grado di registrare ed elaborare diecimila segnali di voltaggio al secondo. Poiché il raggio laser interagisce localmente con il flusso, attraverso l'analisi di questi segnali sono

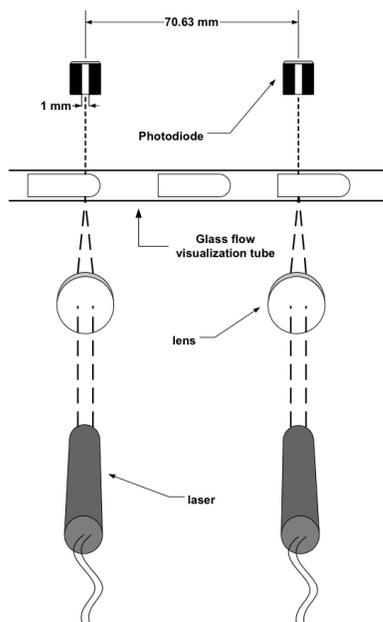


Figura 3: Rappresentazione schematica della strumentazione ottica

state determinate la frequenza di osservazione, la velocità e la lunghezza delle bolle di vapore.

Per ciascuna configurazione di flusso sono stati registrati segnali ad impulso, con picchi che caratterizzano la fase di vapore e minimi che definiscono la fase liquida. Per interpretare al meglio questi segnali sono stati definiti due valori di soglia: la soglia V_A (- 440 mV), al di sotto della quale si rileva la presenza di liquido, e la soglia V_B (- 345 mV), al di sopra della quale si individua una configurazione di flusso anulare o a bolle allungate. Sono state inoltre definite due frequenze f_A ed f_B , dividendo rispettivamente il numero di volte per cui si è registrato un voltaggio inferiore a V_A o superiore a V_B per un intervallo di 5 secondi.

Procedendo con l'interpretazione dei segnali, sono state definite le seguenti configurazioni di flusso, rappresentate in maniera schematica nella figura 4.

- Flusso contenente bolle: la fase gassosa appare uniformemente distribuita sotto forma di bolle discrete (ossia distinte l'una dall'altra) all'interno di una fase liquida continua. Il diametro di ciascuna bolla è minore del diametro del condotto, e la percentuale di bolle che persistono nel moto attraverso la condotta è pari a 100%. La frequenza media f_A registrata per questa configurazione di flusso è di 34 bolle al secondo;
- Flusso *slug*: le bolle gassose hanno un diametro confrontabile con quello del condotto, ed il gas presente al loro interno è separato dalla parete da una

sottile pellicola di liquido. A monte della bolla si osserva una configurazione a semisfera, e i valori medi di frequenza f_A e frequenza f_B coincidono;

- Flusso *bubbly-slug*: è una configurazione di flusso intermedia, in cui si rileva contemporaneamente la presenza di un flusso contenente bolle ed un flusso *slug*. La percentuale di bolle che persistono nel moto attraverso la condotta varia da 1% a 99%, e la frequenza media f_A registrata aumenta rapidamente in una prima fase all'aumentare del flusso di calore all'interno dell'evaporatore; inizia tuttavia a decrescere dopo aver raggiunto un valore massimo, a causa della coalescenza delle bolle;
- Flusso semianulare: la fase gassosa è presente sotto forma di nucleo di vapore al centro del condotto, con lo stato liquido prevalentemente confinato alle pareti della tubatura. In questa configurazione non sono state osservate *liquid slugs*, ossia zone in cui il liquido è totalmente circondato dalla fase gassosa, e il cuore gassoso appare frammentato da regioni di liquido in stato turbolento;
- Flusso *slug*-semianulare: in tale configurazione si osserva contemporaneamente la presenza di un regime *slug* e di un flusso semianulare. All'aumentare del flusso di calore, la velocità della fase gassosa aumenta e la valle delle bolle allungate si deforma sempre di più a causa degli sforzi di taglio sempre più intensi. Questa transizione inizia quando i valori di f_A ed f_B sono diversi l'uno dall'altro, e si interrompe quando f_A raggiunge il valore di zero bolle al secondo a cui corrisponde un picco di f_B);
- Flusso anulare: la fase gassosa si presenta come nucleo di vapore continuo posto al centro del condotto, e la pellicola liquida scorre alle pareti della tubatura; a differenza del flusso semianulare, in questa configurazione non si rilevano interruzioni della fase gassosa poiché le regioni di liquido turbolento scompaiono. Inoltre, questo tipo di flusso è caratterizzato da valori di f_A ed f_B pari a zero Hertz.

1.2.2 Il modello teorico predittivo proposto da A. Ullmann e N. Brauner

Nel 2007 A. Ullmann e N. Brauner [5] svilupparono un modello teorico in grado di determinare le condizioni critiche di transizione di regime, concentrandosi in particolare sull'effetto esercitato dal diametro della microconduttura. Essi presero come riferimento i dati sperimentali raccolti da K. A. Triplett nel 1999 per un sistema bifase acqua-aria in un condotto di vetro Pyrex dal diametro di 1.097 mm [6]; a tale configurazione corrisponde un numero di Eötvös pari a 0.021.

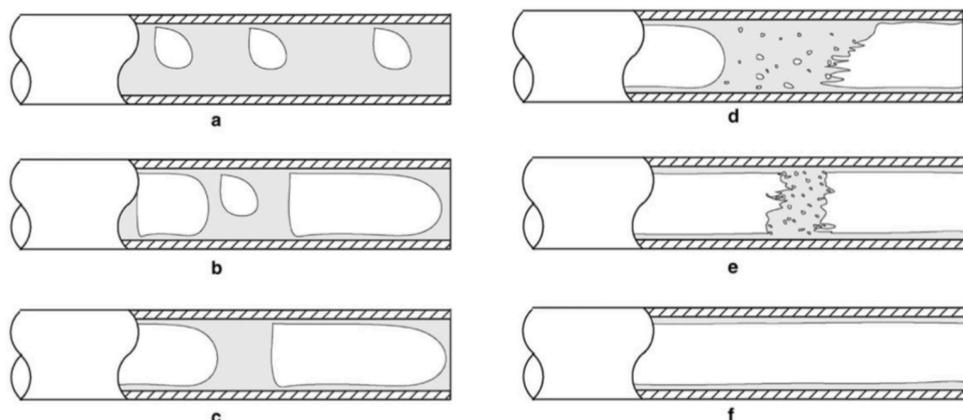


Figura 4: Rappresentazione schematica dei regimi di flusso: (a) flusso contenente bolle; (b) flusso *bubbly – slug*; (c) flusso *slug*; (d) flusso *slug – semianulare*; (e) flusso *semianulare*; (f) flusso *anulare*

Si definisce numero di Eötvös E_o il parametro adimensionale che misura l'effetto della forza di gravità agente su un fluido rispetto alle forze di tensione superficiali σ (equazione (1.17)).

$$E_o = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD^2}{8\sigma} \quad (1.17)$$

Per bassi valori di Eötvös, la velocità delle bolle diventa trascurabile e i regimi di flusso assumono una configurazione simile a quella riscontrata nelle strutture macroscopiche soggette a condizioni di microgravità. Inoltre, in condizioni di flusso microscopiche, la bagnabilità della parete del condotto influenza in maniera significativa il comportamento del flusso; tale proprietà è definita come la capacità di una superficie solida di mantenere il contatto con una fase liquida.

Innanzitutto, nel corso della trattazione si è esaminato il processo transitorio di dispersione omogenea delle bolle in un mezzo continuo. Tale fenomeno si manifesta quando la turbolenza della fase continua è sufficientemente intensa da stabilizzare la fase dispersa sotto forma di bolle sferiche. Per mantenere questa configurazione è fondamentale che il diametro massimo d_{max} di ciascuna bolla sia inferiore al diametro critico d_{crit} di coalescenza, per il quale si assiste alla fusione delle bolle l'una con l'altra.

Nel caso di dispersione a bassa concentrazione è possibile determinare il diametro massimo $d_{max,o}$ eguagliando la quantità di moto del vortice turbolento con la forza di stabilizzazione della tensione superficiale; in alternativa, per una dispersione ad elevata concentrazione, si può stabilire $d_{max,\epsilon}$ confrontando il flusso di energia turbolenta della fase continua con quello dell'energia superficiale della fase dispersa. Il diametro massimo d_{max} coincide quindi con il valore massimo tra $d_{max,o}$ e $d_{max,\epsilon}$.

Il diametro critico di coalescenza è invece definito come il valore minimo tra il diametro $d_{c\sigma}$ della bolla deformabile, il diametro d_{cg} della bolla fluttuante a causa delle forze di galleggiamento ed il diametro $d = 0.5 D$ corrispondente alla metà del diametro del microcondotto.

L'equazione (1.18) esprime il criterio appena descritto in forma matematica.

$$d_{\max} = \max\{d_{\max,o}, d_{\max,\epsilon}\} \leq \min\{d_{c\sigma}, d_{cg}, 0.5D\} \quad (1.18)$$

Successivamente l'analisi si è spostata sulla transizione da un regime a bolle disperse ad una configurazione di tipo *slug*. Attraverso considerazioni geometriche riguardanti la frazione volumetrica del gas per un sistema di bolle allineate, è emerso che il diametro delle bolle deve raggiungere la metà del diametro del condotto per poter indurre la transizione. È stato inoltre rilevato, approfondendo l'analisi sulla configurazione *slug*, che le bolle allungate possono assumere due forme distinte a seconda della portata del flusso. A basse portate il profilo della bolla risulta incurvato sia a monte che a valle, mentre a portate più elevate la forma della bolla ricorda quella di un proiettile, caratterizzato da una valle piatta. L'equazione (1.19) introduce un criterio empirico in grado di stabilire in quali condizioni la valle della bolla si mantenga curva.

$$\frac{4\sigma}{D} \geq \frac{1}{2}\rho_L U_L^2 \quad (1.19)$$

Tale condizione risulta verificata esclusivamente per regimi di flusso laminare per ciascuna delle due fasi, ossia per un numero di Reynolds $Re < 2100$; nel caso di configurazione di flusso turbolento per la fase gassosa si renderebbe necessario considerare anche le forze di inerzia derivanti dai vortici turbolenti.

Infine si è ipotizzato che la transizione a regime anulare sia causata da uno dei due fenomeni presentati in seguito. È possibile definire per ciascuno dei due meccanismi una condizione critica di velocità per la fase gassosa, pertanto, a parità di velocità u_L , l'identificazione del processo fisico in atto in una configurazione di flusso si riduce alla valutazione del valore di u_G inferiore.

Il primo fenomeno si verifica quando la configurazione stratificata del flusso perde la sua stabilità; questo si osserva quando il rapporto h_L/D all'istante iniziale è molto inferiore a 1, a indicare che lo strato di liquido all'interno del condotto è sottile. La velocità critica della fase gassosa per cui si assiste alla transizione è determinata dall'equazione (1.20), nella quale k è pari a $k \approx 2\pi/D$ e C_1 è un parametro geometrico definito come $C_1 \approx 0.63(h_L/D)^{1/2}$.

$$u_G \geq C_1 \left[\frac{D\Delta\rho g \cos \alpha + D\sigma k^2}{\rho_G} \right]^{0.5} \quad (1.20)$$

In sistemi ad alto numero di Eötvös ($Eo > 5$) tale velocità diminuisce proporzionalmente alla radice quadrata del diametro ($D^{0.5}$), mentre in sistemi a basso numero di Eötvös questa aumenta al diminuire del diametro.

È bene evidenziare che, prima di poter predire in maniera corretta il cambiamento di regime attraverso l'equazione (1.20), è necessario assicurarsi che all'istante iniziale valgano le ipotesi di flusso stratificato, stazionario e completamente sviluppato.

In alternativa, il fenomeno di formazione dello strato anulare può essere attribuito ad un processo di compressione. Delle gocce liquide trasportate dall'interfaccia oncosa verso la parete del condotto vengono compresse dalle forze di inerzia generate dal nucleo di vapore; tale meccanismo persiste fino a quando le gocce si rompono, dando origine allo strato anulare. Queste forze di inerzia risultano molto intense a causa dell'elevata velocità del gas, e sono proporzionali alla differenza di velocità tra le due fasi $\Delta u_G = u_G - u_L$. Pertanto, si definisce la velocità critica relativa $\Delta u_{G,crit}$ tale per cui si assiste a transizione nell'equazione (1.21), dove $F(On)$ è una funzione delle proprietà fisiche intrinseche del liquido.

$$\Delta u_{G,crit} = u_G - u_L = 4.36 \left[\frac{\sigma \Delta \rho \cos \alpha}{\rho_G^2} \right] F(On) \quad (1.21)$$

Effettuando un confronto tra i modelli predittivi descritti nel capitolo ed il database sperimentale di R. Revellin, è emerso che il modello Taitel-Dukler fosse corretto nella previsione del 67% dei regime di flusso, mentre il modello Ullmann-Braunen si è rivelato esatto per l'81% dei dati sperimentali [7].

Capitolo 2

Descrizione del campo di moto attorno ad una bolla in un flusso ad elevato numero di Reynolds

2.1 La teoria di D. W. Moore

Nel 1959 D. W. Moore definì un modello teorico per descrivere il campo di moto attorno ad una bolla sferica in ascesa in una fase liquida continua caratterizzata da un elevato numero di Reynolds [8]. Secondo la sua ipotesi, nell'intorno della bolla si forma uno strato limite (in inglese *boundary layer*) e lo sforzo viscoso sulla superficie della sfera è pari a zero. Tale supposizione è accettabile se si considera trascurabile l'effetto del moto della bolla sul flusso circostante. Inoltre, al di fuori dello strato limite, si suppone che il flusso sia irrotazionale e che gli sforzi viscosi siano dell'ordine di grandezza di Re^{-1} .

In seguito, attraverso considerazioni sulla componente normale dello sforzo viscoso del flusso irrotazionale, D. W. Moore ipotizzò che il coefficiente di resistenza a cui la bolla è soggetta durante la sua ascesa fosse pari a

$$C_D = \frac{32}{Re}$$

con $Re = 2aU\rho/\mu$ (si definiscono a : raggio della bolla, U : velocità di risalita della bolla, ρ : densità del liquido, μ : viscosità dinamica del liquido). Questo risultato si rivelò tuttavia errato, poiché trascura l'effetto delle forze di pressione presenti all'interno dello strato limite; pertanto, attraverso considerazioni sulla dissipazione

viscosa totale egli giunse ad un'espressione alternativa, già ottenuta da V. G. Levich [9] nel 1949, pari a

$$C_D = \frac{48}{Re}. \quad (2.1)$$

Il seguente paragrafo presenta la risoluzione analitica delle equazioni di Navier-Stokes per lo strato limite al fine di dimostrare che l'ordine di grandezza delle forze di pressione al suo interno non sia trascurabile. Ciò implica che queste forze svolgono un ruolo fondamentale nella determinazione del coefficiente di resistenza C_D . In seguito si riportano alcune considerazioni attraverso cui è stato possibile determinare il coefficiente correttivo per l'espressione (2.1); tale fattore quantifica il contributo della regione di strato limite nel calcolo del coefficiente di resistenza C_D . [10].

2.1.1 Risoluzione delle equazioni di Navier - Stokes per lo strato limite

Si definisca un sistema di riferimento in coordinate polari tale per cui l'origine sia posizionata al centro della sfera e l'asse parallelo alla velocità della bolla U sia rivolto verso l'alto. Si definiscano inoltre le componenti radiale e tangenziale della velocità in questo sistema di riferimento e si denotino, rispettivamente, come q_r e q_θ . Poste queste condizioni, l'equazione di continuità e l'equazione di bilancio della quantità di moto per il flusso espresse in coordinate polari risultano dunque:

$$\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{2q_r}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(q_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.2)$$

$$q_\theta \frac{\partial q_\theta}{r \partial \theta} + q_r \frac{\partial q_\theta}{\partial r} + \frac{q_r q_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu V_\theta \quad (2.3)$$

$$q_\theta \frac{\partial q_r}{r \partial \theta} + q_r \frac{\partial q_r}{\partial r} - \frac{q_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu V_r \quad (2.4)$$

Il campo di moto irrotazionale che soddisfa le equazioni (2.2), (2.3) e (2.4) risulta:

$$q_\theta = U \sin \theta \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) \quad (2.5)$$

$$q_r = -U \cos \theta \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) \quad (2.6)$$

Tale campo di velocità, pur soddisfacendo le condizioni al contorno:

- $q_r, q_\theta \rightarrow 0$ per $r \rightarrow \infty$;

- $q_r = 0$ per $r = a$,

non annulla lo stress tangenziale $p_{r\theta}$ sulla superficie della bolla; per questo motivo si è rivelata necessaria la presenza di uno strato limite al cui interno si perde la condizione di campo irrotazionale per annullare tale sforzo viscoso.

Ridefinendo i valori di q_r , q_θ e p all'interno dello strato limite come sovrapposizione di un valore medio ed un valore perturbativo (equazioni (2.7), (2.8) e (2.9)), si ottiene la riformulazione delle equazioni di Navier-Stokes del campo di moto valide all'interno dello strato limite.

$$q_r = \bar{q}_r + q'_r \quad (2.7)$$

$$q_\theta = \bar{q}_\theta + q'_\theta \quad (2.8)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial q'_r}{\partial r} + \frac{2q'_r}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(q_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.10)$$

$$\bar{q}_\theta \frac{\partial q'_\theta}{r \partial \theta} + q'_\theta \frac{\partial \bar{q}_\theta}{r \partial \theta} + \bar{q}_r \frac{\partial q'_\theta}{\partial r} + q'_r \frac{\partial \bar{q}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{q}_r q'_\theta}{r} + \frac{q'_r \bar{q}_\theta}{r} + \frac{q'_r q'_\theta}{r} + q'_\theta \frac{\partial q'_\theta}{r \partial \theta} + q'_r \frac{\partial q'_\theta}{\partial r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} + \nu V_\theta \quad (2.11)$$

$$\bar{q}_\theta \frac{\partial q'_r}{r \partial \theta} + q'_\theta \frac{\partial \bar{q}_r}{r \partial \theta} + \bar{q}_r \frac{\partial q'_r}{\partial r} + q'_r \frac{\partial \bar{q}_r}{\partial r} - 2 \frac{q'_\theta \bar{q}_\theta}{r} + q'_\theta \frac{\partial q'_r}{r \partial \theta} + q'_r \frac{\partial q'_\theta}{\partial r} - \frac{q_\theta'^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} + \nu V_r \quad (2.12)$$

È possibile risolvere le equazioni (2.10), (2.11) e (2.12) attraverso un'analisi degli ordini di grandezza per ciascun termine, imponendo le seguenti condizioni al contorno:

- $q_r, q_\theta \rightarrow 0$ per $r \rightarrow \infty$;
- $q_r = 0$ per $r = a$;
- $p_{r\theta} = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{q}_r + q'_r) + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{q}_\theta}{r} + \frac{q'_\theta}{\partial r} \right) \right] = 0$ per $r = a$.

Rispetto alle condizioni presentate in precedenza si è aggiunta la condizione relativa allo stress tangenziale sulla superficie della bolla.

Ipotizzando che lo spessore dello strato limite sia dell'ordine di grandezza pari a δ , risulta che $\frac{\partial}{\partial r} = \mathcal{O}(\delta)$. Applicando tale operatore alle equazioni (2.13) e (2.10), si deduce attraverso un'analisi dimensionale che $q'_\theta = \mathcal{O}(\delta)$, $q'_r = \mathcal{O}(\delta^2)$, $\bar{q}_\theta = \mathcal{O}(1)$ e $\bar{q}_r = \mathcal{O}(\delta)$. Inoltre, estendendo la trattazione alle equazioni (2.11) e (2.12), è possibile derivare l'ordine di grandezza delle forze viscosi, pari a $\delta^2 = \mathcal{O}(\nu)$.

Rimane quindi da stabilire l'ordine di grandezza del termine di pressione. Se avvicinandosi al bordo esterno dello strato limite $q_\theta \rightarrow 0$ in modo rapido, dall'equazione (2.11) si evince che le variazioni del campo di pressione soddisfano l'equazione:

$$q'_r \left(\frac{\partial \bar{q}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{q}_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} \quad (2.13)$$

Dall'equazione (2.5) segue che il termine compreso tra parentesi è $\mathcal{O}(\delta)$; pertanto, poichè nello strato limite $q'_r = \mathcal{O}(\delta^2)$, all'estremità dello strato limite $p' = \mathcal{O}(\delta^3)$. Inoltre, poichè dalla (2.12) risulta che $\frac{\partial p'}{\partial r} = \mathcal{O}(\delta)$, p' all'interno dello strato limite è dell'ordine di grandezza di $p' = \mathcal{O}(\delta^2)$.

Si è dunque dimostrato che la pressione all'interno dello strato limite ha lo stesso ordine di grandezza degli sforzi viscosi; pertanto, trascurare il contributo delle forze da essa generate nella determinazione di C_D rappresenterebbe un errore non accettabile.

2.1.2 Correzione dell'espressione di C_D

Proseguendo la sua trattazione, D. W. Moore definì il campo di velocità e pressione all'interno dello strato limite attraverso la risoluzione analitica delle equazioni di Navier-Stokes; nello specifico, egli identificò una scia caratterizzata da un punto di arresto per $\theta = \pi$. Dimostrò inoltre che lo spessore dello strato limite è dell'ordine di grandezza di $Re^{-1/2}$ e che il raggio caratteristico della scia sia $\mathcal{O}(Re^{-1/4})$.

Dal momento che il punto di arresto presente nella scia costituisce una singolarità nel campo di moto, D. W. Moore non riuscì a definire l'espressione delle velocità di perturbazione q'_r e q'_θ per $\theta = \pi$. Di conseguenza non è possibile ricorrere ad un'operazione di integrazione della pressione agente sulla superficie della bolla per determinare la forza di resistenza agente sulla stessa.

Pertanto, D. W. Moore sviluppò un'analisi alternativa in termini di quantità di moto al fine di evitare problematiche legate alla discontinuità del campo. Si riporta di seguito l'espressione di C_D a cui giunse.

$$C_D = \frac{48}{Re} \left(1 - \frac{2.21}{Re^{1/2}} + \mathcal{O}(Re^{-5/6}) \right) \quad (2.14)$$

L'equazione (2.14) rappresenta una correzione dell'espressione (2.1) suggerita da V. G. Levich nel 1949, in grado di quantificare il contributo della regione di strato limite sulla resistenza risentita dalla bolla; nello specifico, il valore di C_D a cui questa è soggetta risulta inferiore a quello suggerito nell'equazione (2.1). Ciò è legato al tasso di deformazione locale indotto nella bolla, che appare ridotto dalla vorticità interna allo strato limite.

Nella letteratura recente sono state individuate numerose simulazioni numeriche in accordo con l'equazione proposta da D. W. Moore per $Re \geq 50$; tuttavia, poichè

nessuna delle ipotesi presentate in precedenza risulta accettabile per descrivere il campo di moto per un flusso caratterizzato da $1 \leq Re \leq 50$, non è stato possibile identificare un'espressione globale per il C_D [11].

2.2 Gli effetti delle impurità: le osservazioni di T. Maxworthy

Nel 1996 lo scienziato T. Maxworthy [12] condusse diversi esperimenti presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed Aerospaziale dell'Università della California del Sud con l'intenzione di studiare l'ascesa di una bolla in una soluzione liquida contenente impurità. A tal fine, egli produsse numerosi miscugli di acqua distillata disperdendo al suo interno diverse percentuali in massa di glicerina di grado reagente (ossia ad elevato grado di purezza). Nella tabella 2 si riportano le principali proprietà fisiche registrate per ciascuna miscela.

| | Glycerine (% by wt) | Temperature (°C) | Surface tension (dyn cm ⁻³) | Density (g cm ⁻³) | Viscosity (cP) | Mo |
|----|------------------------|---------------------|--|----------------------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | 0.00 | 35.0 | 69.40 | 0.99390 | 0.71500 | 7.710×10^{-12} |
| 2 | 0.00 | 20.0 | 71.68 | 0.99823 | 1.0050 | 2.722×10^{-11} |
| 3 | 1.00 | 20.0 | 71.64 | 1.0006 | 1.0320 | 3.024×10^{-11} |
| 4 | 2.00 | 20.0 | 71.60 | 1.0030 | 1.0570 | 3.325×10^{-11} |
| 5 | 4.00 | 20.0 | 71.54 | 1.0078 | 1.1500 | 4.650×10^{-11} |
| 6 | 6.00 | 20.0 | 71.46 | 1.0125 | 1.1775 | 5.104×10^{-11} |
| 7 | 10.0 | 20.0 | 71.31 | 1.0221 | 1.3200 | 8.034×10^{-11} |
| 8 | 15.0 | 20.0 | 71.14 | 1.0345 | 1.5420 | 1.489×10^{-10} |
| 9 | 20.0 | 20.0 | 70.94 | 1.0469 | 1.7750 | 2.605×10^{-10} |
| 10 | 30.0 | 20.0 | 70.33 | 1.0727 | 2.5500 | 1.112×10^{-09} |
| 11 | 40.0 | 20.0 | 69.63 | 1.0993 | 3.8400 | 5.749×10^{-09} |
| 12 | 60.0 | 20.0 | 67.82 | 1.1538 | 9.4500 | 2.174×10^{-07} |
| 13 | 80.0 | 20.0 | 65.50 | 1.2085 | 60.100 | 3.769×10^{-04} |
| 14 | 99.8 | 40.0 | 61.53 | 1.2470 | 275.00 | 1.930×10^{-01} |
| 15 | 99.8 | 30.0 | 62.08 | 1.2523 | 580.00 | 3.710 |
| 16 | 99.5 | 20.5 | 62.39 | 1.2597 | 1250.0 | $7.830 \times 10^{+01}$ |

Tabella 2: Proprietà fisiche delle miscele sperimentali di acqua-glicerina

T. Maxworthy condusse la sua analisi in termini di numero di Morton (Mo), parametro adimensionale spesso associato al numero di Eötvös per caratterizzare il flusso bifase definito come:

$$Mo = \frac{g\mu^4\rho^3}{\sigma^3} \quad (2.15)$$

Ricordando la definizione del numero di Eötvös presentata nell'equazione (1.17), è evidente che sia preferibile quantificare gli effetti delle impurità all'interno della fase

liquida attraverso il numero di Morton poiché quest'ultimo è definito esclusivamente dalle proprietà fisiche del liquido. È pertanto possibile identificare un valore specifico di Mo per ciascuna configurazione del miscuglio.

Attraverso i numerosi esperimenti condotti è stato possibile determinare per ciascun miscuglio la velocità di risalita U_T della bolla, corretta durante l'elaborazione dei dati secondo la legge:

$$U_{T,\infty} = U_T(1 - \lambda^2)^{-3/2} \quad (2.16)$$

Tale correzione permette di considerare la variazione di pressione interna alla bolla durante il suo moto e l'influenza che le pareti della cisterna esercitano su di essa durante la sua ascesa. Dall'espressione (2.16) si definiscono:

- $\lambda = d/D$;
- $d = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{1/3}$ diametro equivalente della sfera;
- D : diametro della cisterna cilindrica.

Tale velocità, indicata da qui in avanti semplicemente come U , non presenta in alcun caso una differenza superiore al 2% rispetto a U_T .

Dalla tabella 2 si osserva che, a causa della dipendenza del numero di Morton da μ^4 , l'intervallo dei valori di Mo registrati si estende per 13 decenni; ciò amplifica in maniera eccessiva l'effetto delle variazioni di viscosità e ha reso l'elaborazione dei dati ottenuti particolarmente dispendiosa. Per questo motivo, durante l'interpretazione dei risultati ottenuti, T. Maxworthy suddivise le miscele in due categorie a seconda del loro numero di Morton caratteristico. Nel seguente paragrafo verrà approfondita l'analisi per il campo di moto a basso numero di Morton, condotta in funzione dei due parametri adimensionali C_D e Re .

2.2.1 Set-up sperimentale

T. Maxworthy condusse i suoi esperimenti all'interno di una cisterna cilindrica in PMMA alta 152.2 cm e dal diametro interno di 10.2 cm. Inserì tale contenitore in un recipiente quadrato pieno di acqua a temperatura costante al fine di assicurare l'isolamento termico; grazie a questa misura preventiva è stato possibile garantire per ciascun esperimento il mantenimento della temperatura e delle proprietà della miscela (si registrò un errore pari a ± 0.05 °C). L'inserimento della fase gassosa all'interno della miscela venne regolato da iniettori a siringa di quattro diametri diversi in grado di iniettare bolle dal volume compreso tra 5 mm³ e 3 cm³. Si individuò inoltre una porzione della cisterna in cui il moto della bolla risultasse completamente sviluppato e si delimitò tramite due contrassegni distanziati di 110 cm l'uno dall'altro.

Per valutare l'effetto delle impurità vennero impiegate durante l'esperimento numerose miscele a diversi gradi di contaminazione. Ciascun miscuglio venne prodotto disperdendo una quantità differente di glicerina all'interno di un volume fisso di acqua distillata, e per soluzioni contenenti percentuali basse e simili di glicerina le proprietà vennero ulteriormente differenziate attraverso una manipolazione della loro temperatura di impiego durante la sperimentazione. I valori di densità e viscosità di ciascuna miscela, riportati nella tabella 2, vennero determinati attraverso un bilancino idrometrico ed un viscosimetro, rispettivamente; per soluzioni a bassa viscosità si utilizzò un viscosimetro di Oswald, basato sull'efflusso di una data quantità di fluido per gravità attraverso un capillare, mentre per miscugli ad elevata viscosità si impiegò un viscosimetro a disco rotante, il quale sfrutta la deformazione di una molla torsionale calettata su un disco per stabilire il legame tra la viscosità del fluido e l'angolo di rotazione del disco stesso. Infine i valori di tensione superficiale furono estrapolati dalle tabelle di Miner e Dalton [13].

Per determinare la velocità di risalita della bolla U_T , T. Maxworthy misurò l'intervallo di tempo necessario affinché una bolla percorresse lo spazio delimitato dai contrassegni menzionati in precedenza. Per ogni miscela analizzata ripeté tale procedura tre volte, ed effettuò quindi una media dei risultati al fine di ottenere un valore di U_T più affidabile. Eseguì infine un'operazione di correzione attraverso l'espressione (2.16) per determinare U , velocità della bolla influenzata durante la sua ascesa dalla variazione di pressione interna ad essa e dalle pareti della cisterna.

2.2.2 Discussione dei risultati e confronto con la teoria di D. W. Moore

Nel corso delle registrazioni sperimentali vennero impiegate numerose miscele, ciascuna caratterizzata da una propria percentuale in massa di glicerina e, di conseguenza, da una propria viscosità. A causa della dipendenza del numero di Morton da μ^4 , si osservò durante l'elaborazione dei risultati che Mo varia di oltre 13 ordini di grandezza nel passaggio da una miscela a bassa percentuale ad una a elevata percentuale di glicerina; ciò comporta una variazione di oltre 6 ordini di grandezza dei numeri di Reynolds registrati per la fase liquida. Per questo motivo, T. Maxworthy definì un valore critico di numero di Morton $Mo_{crit} = 3.8 \cdot 10^{-4}$ ed elaborò i dati acquisiti suddividendo le miscele in due categorie, a seconda del loro valore caratteristico di Mo . In questo modo egli creò un vasto archivio sperimentale, fino a quel momento inesistente nella letteratura scientifica per i flussi bifase contaminati.

Tale analisi venne condotta attraverso una rappresentazione grafica dei risultati registrati, implementando un elevato numero di dati in relazione a diversi parametri adimensionali; questa scelta venne giustificata dal fatto che le oscillazioni dei risultati si rivelarono talvolta impercettibili al variare del numero di Morton,

pertanto procedendo in questa maniera T. Maxworthy identificò e comprese a pieno gli effetti dovuti alle impurità nella loro interezza. Si riportano in seguito le conclusioni tratte per miscele caratterizzate da un basso numero di Morton ed un elevato numero di Reynolds, espresse in termini di C_D e Re .

In figura 5 si riporta, per alcuni valori selezionati di Mo , il plot bidimensionale contenente i dati non processati della velocità corretta di ascesa della bolla U in relazione al diametro equivalente d .

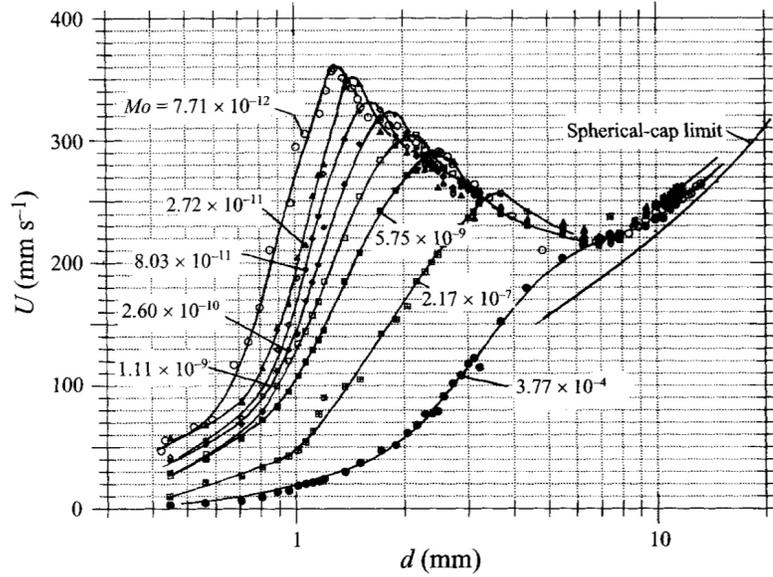


Figura 5: Rappresentazione grafica dei dati non processati U vs d per diverse miscele.

Osservando la figura 5 risulta evidente che le curve di velocità tendano a sovrapporsi per elevati valori di d , indipendentemente dalla percentuale in massa di glicerina che caratterizza la miscela in cui viaggia la bolla. Per comprendere i fenomeni fisici alla base di ciò tali dati vennero rielaborati ed espressi in forma adimensionale, ottenendo il diagramma C_D vs Re presentato in figura 6.

Dalla figura 6 appare evidente che una bolla caratterizzata da numero di Reynolds elevato (ossia da un diametro equivalente importante) tenda al limite di calotta sferica, senza tuttavia raggiungerlo effettivamente; si definisce limite di calotta sferica (*spherical-cap limit*) l'ultimo stadio nell'evoluzione della forma di una bolla, in cui la valle assume una conformazione piatta sebbene il monte si mantenga sferico [14]. D'altra parte, bolle di piccole dimensioni si comportano in maniera del tutto analoga a delle sfere solide, senza mostrare significativi segni di deformazione.

Attraverso un confronto tra le figure 5 e 6 per ciascuna miscela, si evince che in corrispondenza del massimo nella curva U_T vs d sia presente un minimo di C_D .

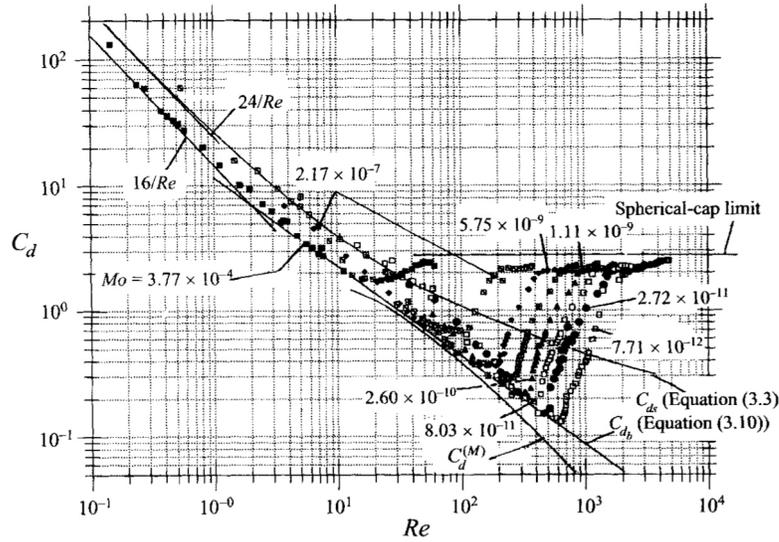


Figura 6: Rielaborazione adimensionale dei dati riportati in figura 4.

Mediante l'interpolazione della retta C_{db} tangente a tutte le curve sperimentali si ottiene l'equazione (2.17), in grado di definire il C_D minimo a cui ciascuna bolla risulta soggetta nella sua ascesa.

$$C_{db} = 11.1 \cdot Re^{-0.71} \quad (2.17)$$

In figura 7 viene presentato un confronto tra l'equazione (2.17) e diverse formule per il C_D suggerite nella letteratura scientifica antecedente l'esperimento, compresa l'espressione (2.14) proposta da D. W. Moore nel 1963 ed indicata in figura come $C_d^{(M)}$. Come prevedibile, l'espressione di C_{db} si discosta da qualsiasi risultato analizzato.

Sebbene il modello proposto da D. W. Moore venne confermato dalle diverse teorie prese in analisi per valori di $Re > 100$, i risultati sperimentali di T. Maxworthy lo contraddissero, rappresentano un'eccezione. È estremamente improbabile che tutti i modelli conducano a tale discrepanza a causa di ipotesi imprecise sulle loro condizioni al contorno, poiché ciascuna teoria venne elaborata attraverso l'analisi di almeno quattro condizioni indipendenti. Pertanto, T. Maxworthy concluse che la ragione di tale incongruenza risiedesse nell'accumulo delle impurità sulla superficie della bolla, elemento fino a quel momento trascurato dagli altri scienziati.

La presenza di glicerina nell'intorno della bolla aumenta la sua distorsione e modifica la resistenza a cui questa risulta soggetta, anche per valori di Re piuttosto contenuti; dal grafico in figura 7 si osserva che una bolla caratterizzata da $Re = 200$ sia soggetta ad un C_D maggiore rispetto a quello di una sfera incontaminata poiché

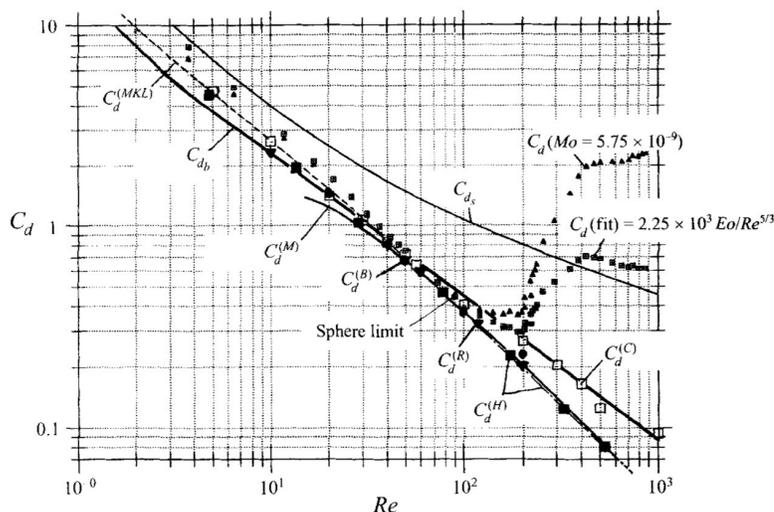


Figura 7: Confronto tra i risultati sperimentali (C_{db}) e diversi modelli teorici, incluso D. W. Moore ($C_d^{(M)}$).

già piuttosto deformata. Tale effetto persiste fino a $Re \approx 60$, valore per cui la bolla risulta soggetta ad un C_D simile a quello della sfera solida.

Si può pertanto concludere affermando che la presenza di impurità all'interno della fase liquida provoca una serie di effetti legati alla distorsione della bolla e, conseguentemente, all'aumento della resistenza D a cui questa è soggetta; ciò risulta tanto più significativo all'aumentare del diametro equivalente della bolla.

2.3 Il moto instabile: la teoria di P. G. Saffman

Nel 1956, P. G. Saffman elaborò una teoria in grado di predire la configurazione del moto instabile per una bolla d'aria dalla forma di sferoide oblato, il cui raggio equivalente fosse compreso tra 0.5 mm ÷ 4 mm, all'interno di una fase liquida acquosa alla temperatura di 16 °C ÷ 19 °C [15]. Si definisce *sferoide oblato* una superficie tridimensionale ottenuta attraverso la rotazione di un'ellisse attorno al suo asse minore.

Nella prima fase dello sviluppo della sua teoria, P. G. Saffman condusse numerose osservazioni sperimentali al fine di identificare le configurazioni del moto instabile in base al raggio caratteristico delle bolle prese in analisi; attraverso questa procedura egli individuò tre possibili traiettorie distinte. Egli constatò che le bolle caratterizzate da un raggio $r < 0.7$ mm seguono una traiettoria rettilinea uniforme durante la loro ascesa, mentre sferoidi con un raggio compreso tra 0.7 mm $< r < 1$ mm assumono una configurazione di moto a *zig zag* su un piano che

si mantiene costante durante l'intera salita. Inoltre, ellissoidi caratterizzati da un raggio compreso tra $1 \text{ mm} < r < 2.3 \text{ mm}$ possono seguire sia un percorso a *zig zag* sia una traiettoria a spirale durante la loro ascesa; ciò è dovuto alla combinazione di diversi fattori.

Tra i parametri in grado di influenzare la configurazione del moto di una bolla ellissoidale dal diametro elevato, quello più significativo è rappresentato dallo stato in cui questa si trova nell'istante in cui entra in contatto con la fase liquida. Sulla base delle osservazioni di P. G. Saffman, si può affermare che le bolle andate incontro a rottura durante la loro generazione all'interno del tubo capillare dell'iniettore seguono una traiettoria a spirale; tuttavia, se uno sferoide caratterizzato da dimensioni analoghe risulta integro nel momento del suo ingresso nella fase acquosa, questo assumerà una configurazione di risalita a *zig zag*. Un secondo aspetto in grado di condizionare la traiettoria di una bolla oblata dal diametro importante è la distanza che si instaura tra questa ed uno sferoide iniettato in un istante precedente durante il suo moto ascendente. Infatti, se la distanza tra le due risulta sufficientemente ravvicinata, è possibile affermare che la bolla posteriore assume la stessa configurazione di moto dell'ellissoide a lei anteriore, indipendentemente dalle sue dimensioni.

Poichè P. G. Saffman registrò numerosi casi di evoluzione del moto da una configurazione a *zig zag* ad una traiettoria a spirale ma non fu mai in grado di verificare l'esistenza della transizione inversa, egli dedusse che la configurazione di moto a spirale rappresenta l'ultimo stadio di transizione del moto instabile; inoltre, P. G. Saffman osservò che la traiettoria a *zig zag* risulta tanto più instabile quanto maggiore è il diametro della bolla che la sta percorrendo.

Successivamente, P. G. Saffman formulò le seguenti ipotesi sulla base delle osservazioni sperimentali da lui condotte, al fine di delineare le basi per la sua teoria. Egli ipotizzò innanzitutto che solamente bolle dalla forma di sferoide oblato siano in grado di seguire una traiettoria a spirale durante la loro ascesa; ciò si trova in accordo con diverse osservazioni sperimentali condotte da numerosi scienziati, tra cui quelle registrate da B. Rosenberg nel 1950 presso il centro di ricerca e sviluppo *David Taylor Model Basin* gestito dal Dipartimento della Marina Statunitense [16]. Inoltre, egli suppose che la traiettoria a spirale fosse generalmente uniforme, caratterizzata da un passo fisso e che il suo asse coincidesse con la direzione della velocità di ascesa della bolla. Affermò infine che l'angolo che l'asse della spirale forma con la direzione verticale, indicato in seguito con χ , sia talmente piccolo da poter essere considerato trascurabile. Pertanto, durante la risoluzione delle equazioni presentate in seguito tutti i contributi caratterizzati da tale ordine di grandezza verranno ignorati.

2.3.1 La traiettoria a spirale

Si riporta in seguito la trattazione teorica del moto instabile proposta da P. G. Saffman per una bolla ascendente che segue una traiettoria a spirale.

Innanzitutto, P. G. Saffman si soffermò sulla formulazione rigorosa del problema. Egli suppose che il campo di moto a monte della bolla fosse inviscido, e definì con l'espressione (2.18) la condizione al contorno necessaria per verificare tale ipotesi.

$$p + T(1/R_1 + 1/R_2) = \text{cost} \quad (2.18)$$

Nell'equazione (2.18) si definiscono p : pressione statica sulla superficie della bolla, T : tensione superficiale, R_1 ed R_2 : raggi di curvatura principali della superficie. Inoltre, P. G. Saffman ipotizzò che anche la pressione all'interno della bolla rimanesse costante.

Successivamente, P. G. Saffman dedusse che entrambe le derivate, prima e seconda, dell'espressione (2.18) rispetto alla superficie della bolla fossero nulle nel punto di arresto a monte; tale supposizione si rivelerà fondamentale durante la definizione del campo di pressione.

Si definisce adesso un primo sistema di riferimento fisso, in coordinate cartesiane (x, y, z) , con l'origine situata al centro della bolla e tale per cui x rappresenta l'asse di simmetria ed il piano $x - y$ contiene l'asse della spirale, ed un secondo sistema di riferimento in coordinate sferoidali oblate (μ, ζ, ω) tale per cui $x = k\mu\zeta$, $y = k(1 - \mu^2)^{1/2}(1 + \zeta^2)^{1/2} \cos \omega$, $z = k(1 - \mu^2)^{1/2}(1 + \zeta^2)^{1/2} \sin \omega$, con $k = \text{cost}$. Vengono inoltre definite le seguenti grandezze:

- \mathbf{W} : velocità di ascesa della bolla;
- $\mathbf{\Omega}$: velocità di rotazione della spirale;
- \mathbf{d} : raggio della spirale;
- ζ_0 : coordinata ζ della superficie della bolla nel sistema di riferimento sferoidale;
- χ : angolo che l'asse di simmetria della bolla forma con la verticale.

Risulta che $\mathbf{W} = (W \cos \chi, W \sin \chi, 0)$ e $\mathbf{\Omega} = (\Omega \cos \chi, \Omega \sin \chi, 0)$.

Nel corso dell'elaborazione teorica, P. G. Saffman ipotizzò che la bolla si mantenesse in una posizione fissa con velocità nulla e che fosse il sistema di riferimento a muoversi rispetto a lei. Pertanto la fase liquida risulta caratterizzata da una velocità $-\mathbf{W}$ e $-\mathbf{\Omega}$, che rispetto agli assi x , y e z è pari a:

$$V = \nabla\phi - \mathbf{W} - \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{d} + \mathbf{r}) \quad (2.19)$$

Nell'espressione (2.19) si definiscono le seguenti grandezze aggiuntive:

- $\mathbf{r} = (x, y, z)$: coordinata generica nel sistema di riferimento cartesiano;
- ϕ : potenziale della velocità di perturbazione causata dal moto della bolla.

Poiché la superficie della bolla rappresenta una linea di corrente, è possibile affermare che vale la condizione di tangenza $\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0$, dove \mathbf{n} è il vettore normale uscente dalla superficie della bolla; ciò significa che la superficie della bolla è tangente al vettore velocità \mathbf{V} . Inoltre, ipotizzando che il flusso sia incompressibile, vale la condizione $\nabla^2 \phi = 0$.

Terminata l'impostazione del problema, P. G. Saffman derivò le equazioni (2.23), (2.24) ed (2.25) attraverso una dispendiosa analisi del moto a monte della bolla. I parametri X , Y e Z vengono definiti, rispettivamente, nelle equazioni (2.20), (2.21) e (2.22).

$$X = \zeta_0 + \frac{3\zeta_0 \cot^{-1} \zeta_0 - 3 + (1 + \zeta_0^2)^{-1}}{(6\zeta_0^2 + 3) \cot^{-1} \zeta_0 - 6\zeta_0 - \zeta_0 (1 + \zeta_0^2)^{-1}} \quad (2.20)$$

$$Y = (2 + \zeta_0^2 - \zeta_0(1 + \zeta_0^2) \cot^{-1} \zeta_0)^{-1} \quad (2.21)$$

$$Z = (1 + \zeta_0^2)[(1 + \zeta_0^2) \cot^{-1} \zeta_0 - \zeta_0] \quad (2.22)$$

$$2Y \left(W - \frac{\Omega d}{\chi} \right) \left(1 - \frac{kgZ\chi}{\Omega d W} \right) = \frac{gkX\chi}{\Omega d} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{W}{Z}(1 + \zeta^2) \left(\chi^2 + \frac{\Omega^4 d^2}{g^2} \right)^{1/2} &= \frac{gkX\chi}{\Omega d} \left(\frac{4T\zeta}{\rho g k^2 (1 + \zeta^2)^2} + \zeta \right) \\ &\times \left[\frac{\Omega^4 d^2}{g^2} + \chi^2 \left(1 - \frac{kgZ\chi}{\Omega d W} \right)^{-2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\frac{W^2}{gk} = \frac{Z^2}{1 + \zeta^2} \left(\frac{4T\zeta}{\rho g k^2 (1 + \zeta^2)^2} + \zeta \right) \quad (2.25)$$

Le tre equazioni (2.23), (2.24) e (2.25) presentano come incognite le cinque variabili W , Ω , d , e χ , pertanto tale sistema lineare risulta indeterminato. P. G. Saffman dimostrò che, per valori di $r < 1.5$ mm, il termine $\frac{kgZ\chi}{\Omega d W}$ sia trascurabile, perciò è possibile semplificare le equazioni (2.23) e (2.24) nella forma descritta dalle espressioni (2.23') e (2.24').

$$2Y \left(W - \frac{\Omega d}{\chi} \right) \frac{\Omega d}{\chi} = kgX \quad (2.23')$$

$$(1 + \zeta^2) \frac{W}{Z} = \frac{gkX\chi}{\Omega d} \left(\frac{4T\zeta}{\rho g k^2 (1 + \zeta^2)^2} + \zeta \right) \quad (2.24')$$

Si ottiene attraverso la combinazione delle equazioni (2.24') e (2.25) l'equazione (2.26), e a partire dalle equazioni (2.26), (2.23') e (2.25) è possibile derivare l'equazione (2.27).

$$\frac{\Omega d}{W\chi} = \frac{X}{Z} \quad (2.26)$$

$$\frac{4T}{\rho g k^2 (1 + \zeta^2)^2} = \frac{1 + \zeta^2}{2Y\zeta(Z - X)} - 1 \quad (2.27)$$

L'equazione (2.27) consente di determinare il parametro di forma ζ in relazione al raggio della bolla, grazie al quale è successivamente possibile calcolare la velocità di risalita W attraverso l'equazione (2.25).

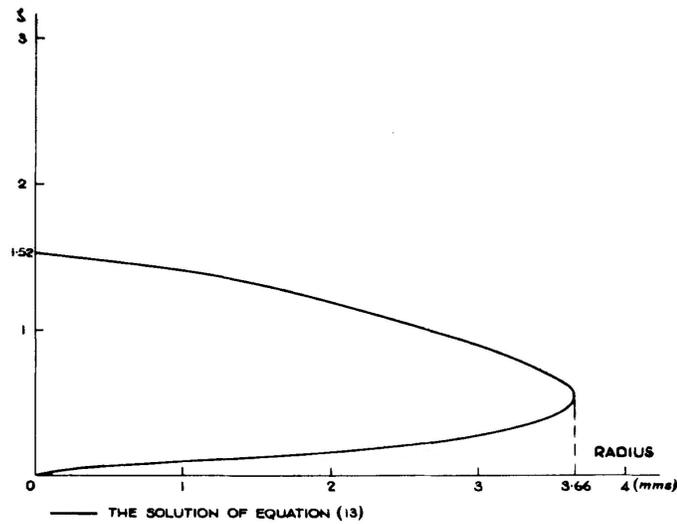


Figura 8: Andamento di ζ in funzione del raggio della bolla r .

Nella figura 8 viene presentata la soluzione grafica dell'equazione (2.27) per un sistema di bolle d'aria in una fase liquida acquosa. Appare evidente che bolle caratterizzate da un raggio superiore a 3.6 mm non possano percorrere una traiettoria a spirale, poiché non è possibile determinare soluzioni reali di ζ per $r > 3.6$ mm.

Nella realtà, numerose osservazioni sperimentali tra cui quella condotta da B. Rosenberg nel 1950 hanno evidenziato che il limite superiore di r oltre il quale non viene mai registrata una configurazione di moto elicoidale sia pari a $r = 2.4$ mm;

tale incongruenza è verosimilmente attribuibile al contributo fornito dal termine $\frac{kgZ\chi}{\Omega dW}$.

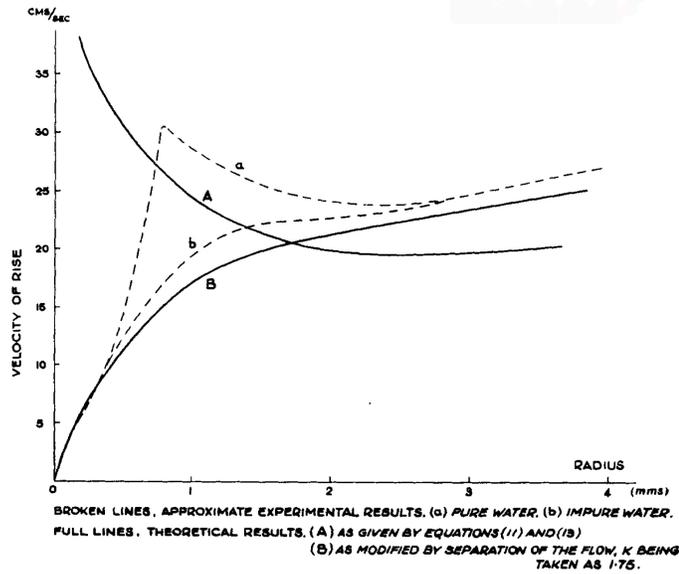


Figura 9: Andamento della velocità W in funzione del raggio della bolla r .

La figura 9 mostra l'andamento descritto dalle equazioni (2.25) e (2.27) della velocità di risalita W in funzione del raggio della bolla r . Nuovamente, si può notare che il contributo del termine $\frac{kgZ\chi}{\Omega dW}$ genera una discrepanza pari al 20% tra i risultati teorici suggeriti da P. G. Saffman e le registrazioni sperimentali rilevate da R. L. Datta, D. H. Napier e D. M. Newitt [17] and W. L. Haberman e R. K. Morton [18].

2.3.2 La conferma sperimentale di J. Mercier

Attraverso uno studio fotografico tridimensionale condotto nel 1973 dallo scienziato J. Mercier presso la Pontificia Università Cattolica di Rio de Janeiro, è stato possibile sviluppare un modello geometrico in coordinate cartesiane in grado di descrivere la traiettoria di ascesa non rettilinea percorsa da una bolla d'aria all'interno di una fase liquida acquosa [19]. Nella figura 10 si illustra il set up sperimentale realizzato per registrare le configurazioni del moto ascendente.

J. Mercier condusse gli esperimenti all'interno di una cisterna in vetro spessa 4 mm, dalle dimensioni pari a 40 x 40 x 120 cm e riempita con acqua alla temperatura di 25°C. Egli predispose al centro del recipiente un tubo capillare in grado di iniettare una bolla d'aria per volta, e collegò tale dispositivo di iniezione ad un sistema di aspirazione regolato da diverse valvole al fine di controllare il volume d'aria V immesso nel sistema durante ciascuna rilevazione. In questo modo, egli determinò

le immagini dei primi 30 cm di ascesa, mentre le fotocamere A e B registrarono l'intervallo compreso tra 50 cm e 80 cm. Vennero pertanto lasciati scoperti i 15 cm centrali.

A partire dalle immagini acquisite, J. Mercier concluse che bolle piccole e sferiche e bolle grandi caratterizzate da uno *spherical cap* seguono una traiettoria di risalita verticale, confermando le teorie già presenti a tal proposito nella letteratura scientifica. Per quanto riguarda l'analisi delle immagini che hanno immortalato la traiettoria elicoidale, egli definì un primo sistema di riferimento (x, y, z) orientato come la cisterna ed un secondo sistema di riferimento (u, v, w) orientato come la traiettoria al fine di identificare quali grandezze ne influenzino la configurazione. J. Mercier individuò il baricentro della bolla in ciascun fotogramma rispetto sistema di riferimento (u, v, w) e lo proiettò sia in verticale sia in orizzontale sul sistema di riferimento (x, y, z) ; tali proiezioni vengono presentate nelle figure 11(a), 11(b) e 12.

Attraverso l'analisi di 120 fotogrammi, J. Mercier constatò che le bolle caratterizzate da un raggio r all'interno del range definito in precedenza non percorrono mai una traiettoria a *zig zag*. Egli osservò che il tempo impiegato da una bolla per completare una rivoluzione è indipendente dalle dimensioni della stessa ed è pari a 0.16 secondi; questo, assieme alla velocità media con la quale la bolla compie una rivoluzione, si mantiene all'incirca costante durante l'intera ascesa. Affermò infine che gli effetti causati dalle condizioni iniziali di iniezione persistono senza attenuarsi durante i 75 cm di ascesa esaminati; questa conclusione è supportata dal fatto che non sono stati rilevati discostamenti significativi tra i risultati registrati per la sezione inferiore e superiore della traiettoria.

2.4 La presenza di tensioattivi: le osservazioni di C. Ybert e J. M. Di Meglio

I tensioattivi (anche detti agenti surfattanti) sono delle molecole anfifiliche, ossia caratterizzate dalla presenza di una testa polare ed una coda non polare, in grado di ridurre la tensione superficiale che si instaura tra due fasi immiscibili; alcuni esempi includono le molecole presenti nel sapone e diverse proteine.

In un flusso bifase del tipo *bubbly*, la presenza di agenti surfattanti altera il comportamento idrodinamico delle bolle all'interno della miscela contaminata; i tensioattivi, infatti, immobilizzano la superficie delle bolle rendendole paragonabili a delle particelle solide, modificano le proprietà di coalescenza e la capacità di dissoluzione delle sfere gassose nella fase liquida circostante e influenzano lo scambio di quantità di moto tra il liquido e il gas [11]. Si è pertanto rivelato necessario studiare sperimentalmente in che modo la concentrazione di tensioattivi influenzi l'evoluzione temporale della velocità di risalita della bolla.

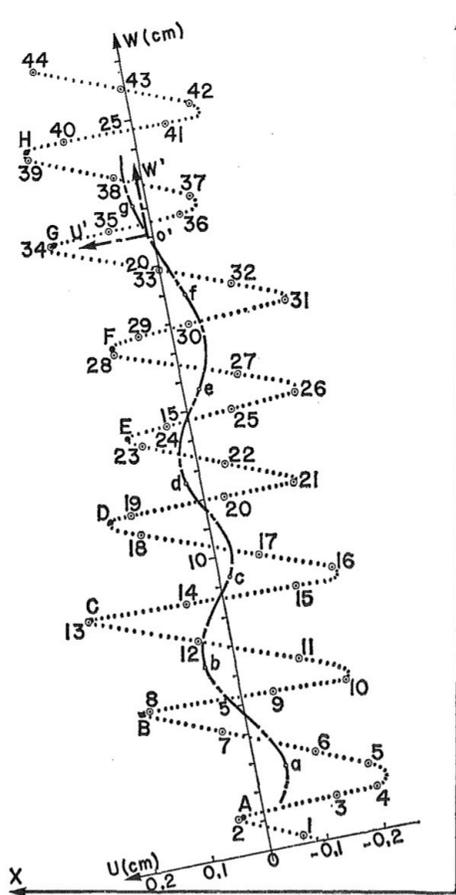


Figura 11(a): Proiezione orizzontale della traiettoria registrata dalla fotocamera A.

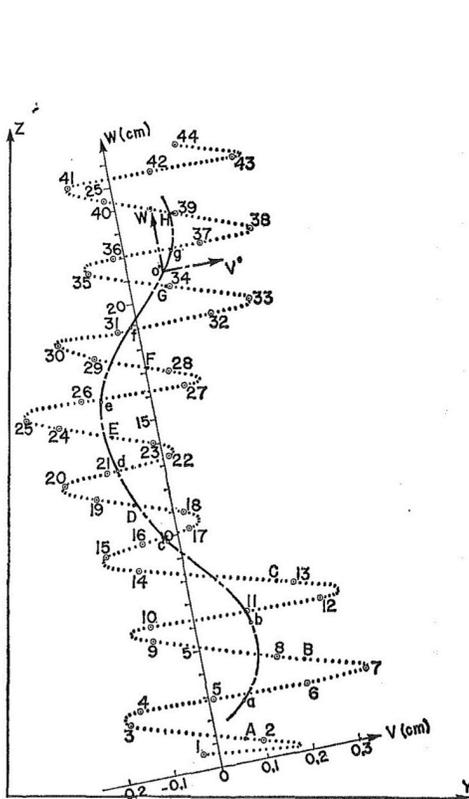


Figura 11(b): Proiezione orizzontale della traiettoria registrata dalla fotocamera B.

Nel 1998, gli scienziati francesi C. Ybert e J. M. di Meglio condussero presso l'Università di Strasburgo *Louis Pasteur* e l'Istituto di Ricerca *Charles Sadron* numerosi esperimenti al fine di determinare l'effetto che i tensioattivi provocano sul moto ascendente di una bolla d'aria [20]. Essi notarono che la velocità di una bolla all'interno di una soluzione contaminata da proteine è nettamente inferiore rispetto a quella registrata per un sistema bifase del tipo aria - acqua, e dimostrarono che la velocità istantanea di ascesa in condizioni a regime dipende esclusivamente dalla quantità di tensioattivo assorbita dalla superficie della sfera gassosa. Infine, C. Ybert e J. M. di Meglio dedussero che le bolle all'interno di una miscela caratterizzata da gradienti di concentrazione di tensioattivi fossero più stabili e meno sensibili alle oscillazioni circostanti; essi attribuirono tale comportamento ai gradienti di tensione superficiale presenti sull'interfaccia della bolla.

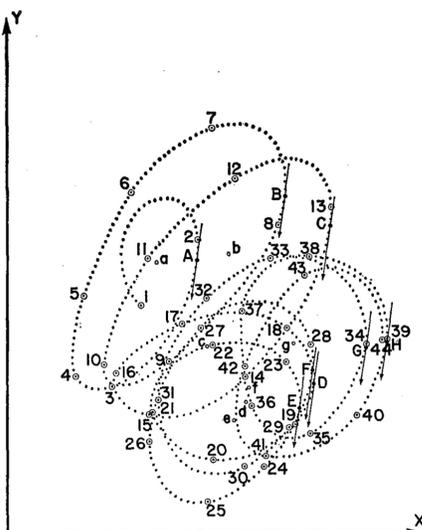


Figura 12: Proiezione verticale della traiettoria registrata

2.4.1 Predisposizione per la raccolta dati e strumenti utilizzati

C. Ybert e J. M. di Meglio condussero i loro esperimenti all'interno di un recipiente cilindrico in vetro dal diametro di 6 cm e alto 24 cm; essi riempirono tale contenitore con acqua Milli-Q dal $\text{pH} = 5.5$ e alla temperatura di $20^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ contaminata da albumina di siero bovino (BSA) ad un grado di purezza pari al 97%. Predisposero inoltre come sistema di iniezione della fase gassosa una siringa in grado di erogare in 0.2 secondi una bolla dal volume di 2 ml.

C. Ybert e J. M. di Meglio registrarono la traiettoria percorsa dalla bolla attraverso una videocamera collegata ad un videoregistratore e determinarono la velocità U di ascesa in funzione della distanza percorsa h . Successivamente essi ripeterono l'esperimento almeno dieci volte al fine di ridurre, per mezzo di una sovrapposizione degli effetti, l'errore dovuto al limite tecnico di acquisizione della videocamera, pari a 25 immagini al secondo; tale velocità presentava infatti un'impresione di 0.3 cm/s. Infine, C. Ybert e J. M. di Meglio determinarono il raggio della bolla sostituendo la lente della videocamera con la lente di un microscopio tale per cui un pixel corrisponde a $5 \mu\text{m}$. Nel corso della trattazione si ipotizza che, una volta definito, il raggio si mantenga costante.

2.4.2 L'Effetto Marangoni

C. Ybert e J. M. di Meglio condussero una prima serie di esperimenti all'interno di una fase non contaminata, in modo da stabilire un riferimento con cui confrontare i

dati registrati per una miscela contaminata ed evidenziare più facilmente gli effetti causati dalla presenza di tensioattivi. Iniettando bolle d'aria all'interno di acqua pura, essi osservarono un moto caratterizzato da una prima fase, detta inerziale, in cui la bolla accelera, seguita da un secondo momento in cui il moto è stazionario e le forze di galleggiamento bilanciano la resistenza; determinarono inoltre valori di velocità a regime concordi con quelli suggeriti dalla teoria di D. W. Moore. Successivamente, C. Ybert e J. M. di Meglio effettuarono rilevazioni sperimentali simili all'interno di un flusso contaminato da tensioattivo, ed individuarono un moto caratterizzato da tre diversi regimi di velocità; tale discrepanza è da attribuirsi all'assorbimento di tensioattivo da parte della superficie della bolla. Si presenta in seguito la descrizione dettagliata di ciascuna fase del moto ascendente osservata per un flusso contaminato da tensioattivo.

Il moto della bolla appare inizialmente caratterizzato da un aumento di velocità fino al raggiungimento di un valore massimo, in maniera del tutto analoga a quanto osservato per una fase liquida pura; è pertanto possibile riferirsi anche a tale regime con l'espressione *fase inerziale*. Successivamente la bolla inizia a decelerare; ciò è dovuto all'accumulo di tensioattivo sulla sua superficie, il quale causa un aumento progressivo della forza di resistenza D fino a raggiungere un regime di moto quasi stazionario. Si perviene infine ad una condizione di equilibrio stazionario tale per cui la velocità risulta nettamente inferiore rispetto a quella registrata all'interno di una fase liquida priva di contaminazioni. In figura 13 si riporta la rappresentazione grafica dell'evoluzione della velocità U in funzione della distanza percorsa h ; con il simbolo \circ si indica l'andamento di U all'interno di acqua pura, mentre il simbolo \diamond descrive la sua evoluzione in una miscela contaminata.

Questo fenomeno viene definito *effetto Maragoni* e si verifica sempre all'interno di flusso contaminato. L'accumulo di proteine sulla zona posteriore della superficie di una bolla genera un gradiente di tensione superficiale, in grado di ridurre la velocità e aumentare la dissipazione viscosa attraverso uno sforzo di taglio orientato nella direzione opposta a quella di avanzamento del moto. La velocità massima U_M si registra quando la resistenza D a cui la bolla è soggetta viene interamente compensata dalla forza di gravità, e tale condizione dipende esclusivamente dalla quantità di proteine che sono state accumulate al termine della fase di accelerazione.

C. Ybert e J. M. di Meglio condussero inoltre sei esperimenti in cui iniettarono bolle di raggio costante $r = 0.43$ mm all'interno di sei miscele contaminate, ciascuna caratterizzata da una propria concentrazione c di albumina di siero bovino. In questo modo, essi analizzarono l'influenza che la quantità di tensioattivo all'interno della fase liquida esercita sulla velocità U_{fin} con cui la bolla viaggia al termine della fase di decelerazione, ossia quando la sua superficie risulta completamente immobilizzata ed il suo comportamento idrodinamico appare analogo a quello di una particella solida. C. Ybert e J. M. di Meglio conclusero che il valore della velocità finale U_{fin} dipende esclusivamente dalla conformazione della bolla poiché

questa rimase pressochè invariata al variare della concentrazione di tensioattivo;

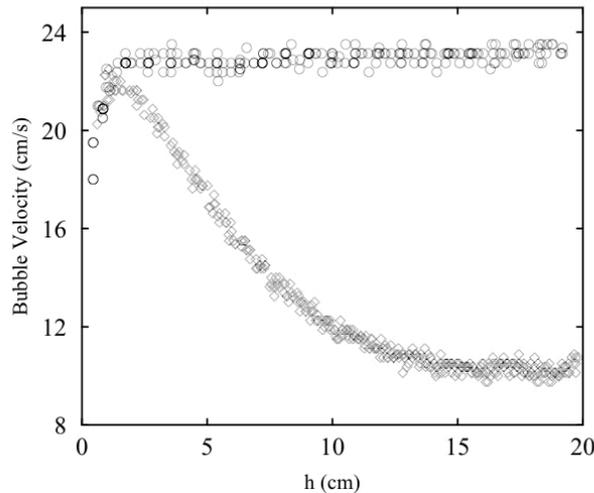


Figura 13: Evoluzione della velocità U rispetto alla distanza percorsa h per una bolla di raggio $r = 0.43$ mm all'interno di: (o) acqua pura, (◇) miscela contaminata da BSA.

essi notarono tuttavia che all'aumentare della concentrazione si riduce l'estensione temporale della fase di decelerazione, ossia la quantità di tempo necessaria per arrivare a U_{fin} . Nella figura 14 viene riportata l'evoluzione di U in funzione della distanza h percorsa all'interno delle varie miscele caratterizzate da diversi gradi di contaminazione.

Infine, C. Ybert e J. M. di Meglio dimostrarono analiticamente che il comportamento idrodinamico di una bolla all'interno di una miscela contaminata da tensioattivi è analogo a quello di una particella solida. Imponendo l'equilibrio tra la forza resistente D e le forze di galleggiamento a cui la bolla risulta soggetta, essi determinarono l'espressione di C_D presentata nell'equazione (2.28).

$$C_D = \frac{8 rg}{3 U^2} \quad (2.28)$$

Confrontando l'andamento di C_D in funzione di Re descritto dall'equazione (2.28) con quello suggerito dalla teoria del moto di una sfera solida proposta da R. Clift, J. R. Grace e M. E. Weber [21] e con le simulazioni numeriche condotte da Y. Rimon e S. I. Cheng [22], C. Ybert e J. M. di Meglio ricavarono la figura 15. Poiché la congruenza tra gli andamenti risulta evidente, essi conclusero affermando che nella fase finale del moto ascendente la superficie della bolla è caratterizzata da una consistenza rigida analoga a quella di una particella solida.

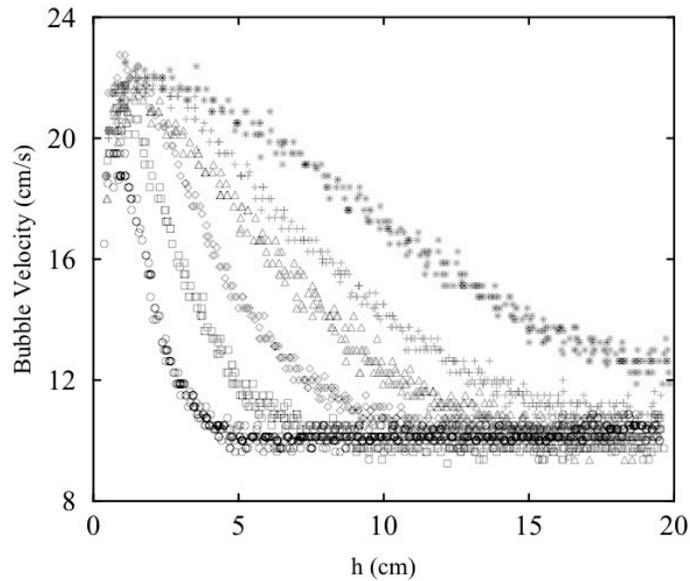


Figura 14: Evoluzione della velocità $U(h)$ all'interno di una miscela caratterizzata da c : (○) 40 mg/l, (□) 20 mg/l, (◇) 14.5 mg/l, (△) 7.5 mg/l, (+) 6.25 mg/l, (*) 5 mg/l.

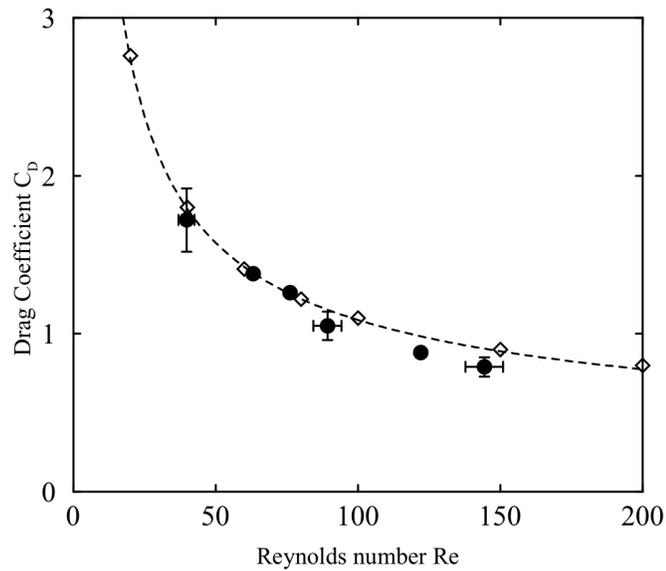


Figura 15: Andamento di C_D in funzione di Re : (●) secondo l'equazione (2.28), (--) secondo la teoria di R. Clift, J. R. Grace e M. E. Weber, (◇) secondo le simulazioni numeriche di Y. Rimon e S. I. Cheng.

Capitolo 3

La fluidodinamica di una colonna a bolle

3.1 Principi di funzionamento di un reattore e presentazione dell'approccio multiscala

Una colonna a bolle (in inglese *two-phase bubble column*) è un reattore multifase in cui la fase gassosa viene dispersa all'interno di un mezzo liquido continuo sotto forma di bolle o strutture indotte a coalescenza [23]. Tra i numerosi vantaggi di natura operativa e manutentiva offerti da questa tipologia di reattore vi sono:

- gli elevati coefficienti e tassi di trasferimento di massa e calore;
- la compattezza delle strutture e la durevolezza dei materiali di cui sono costituite;
- i bassi costi operativi e manutentivi dovuti all'assenza di parti mobili.

Di conseguenza le colonne a bolle trovano grande applicazione nell'industria chimica, biochimica e petrolchimica [24].

In ambito chimico i reattori a colonna vengono impiegati nei processi che coinvolgono reazioni di ossidazione, clorurazione, alchilazione, polimerizzazione e idrogenazione, oltre che nella produzione di carburanti sintetici attraverso la conversione di gas naturale. L'esempio più significativo è il processo Fischer-Tropsch, che prevede la sintesi del metanolo e la produzione di carburanti per il trasporto migliori dal punto di vista ambientale rispetto a quelli derivanti dal petrolio a partire dalla liquefazione indiretta del carbone [24].

Nel settore biomedico, le colonne a bolle rappresentano una tipologia di bioreattori ad agitazione pneumatica utilizzati nelle colture cellulari su scala industriale;

il loro impiego consente la riduzione dei costi operativi, un maggiore controllo dei parametri del processo, il potenziamento della produttività ed il ridimensionamento dal livello laboratoriale a quello industriale con maggiore facilità [25]. Le cellule animali possono svilupparsi e produrre i loro metaboliti esclusivamente in presenza di ossigeno, pertanto è necessaria la predisposizione di sistemi di aerazione ed agitazione dalla portata elevata al fine di ricreare le condizioni ambientali ideali. È tuttavia fondamentale assicurarsi che tali flussi turbolenti non danneggino le cellule, quindi si prediligono reattori a colonna ad agitazione pneumatica poiché in grado di controllare l'iniezione della fase gassosa e l'agitazione in maniera precisa. Tali bioreattori vengono favoriti rispetto a quelli a serbatoio agitato meccanicamente poiché gli sforzi di taglio generati, potenzialmente dannosi per le fragili cellule dei mammiferi, risultano nettamente inferiori.

Un altro processo in ambito biochimico in cui vengono utilizzate le colonne a bolle è l'operazione di sintesi di poli- β -idrossibutirrato (PHB). È possibile sintetizzare tale plastica biodegradabile a partire da gas naturale, ricreando all'interno di un reattore a colonna un biosistema idrodinamico in cui viene inserita la specie batterica *Methylocystis hirsuta* al fine di accelerare la reazione [26].

Nella sua configurazione più semplice, un reattore a colonna è costituito da un cilindro cavo in cui il gas viene iniettato all'interno della fase liquida attraverso un erogatore posto sul fondo. È possibile suddividere i sistemi di iniezione in due categorie: i distributori a piatto (*plate spargers*) vengono tipicamente impiegati nei reattori a colonna dal diametro ridotto, mentre gli erogatori a tubo (*pipe spargers*) sono generalmente utilizzati per colonne a bolle dal diametro importante e possono essere a loro volta distinti in distributori ad anello, a braccia multiple o a tubo retto [27]. Si riporta in figura 16 un'illustrazione schematica delle diverse configurazioni.

Inoltre, a differenza dei condotti orizzontali studiati da Y. Tailer e A. E. Duckler in cui il liquido risulta privo di velocità rispetto al tubo, in una colonna a bolle anche la fase liquida viene posta in movimento grazie ad un elaborato sistema di ricircolo. Si definisce colonna a bolle controcorrente (*counter-current bubble column*) un reattore in cui la velocità è orientata nella direzione opposta rispetto a quella di ascesa della bolla, mentre in una colonna a bolle concorrente (*co-current bubble column*) il moto della fase liquida risulta concorde a quello della bolla.

Sebbene la struttura di un reattore a colonna sia piuttosto semplice, le interazioni fluidodinamiche che si verificano al suo interno risultano talmente complesse da richiedere l'adozione di un approccio multiscala al fine di comprenderne al meglio il funzionamento; lo studio della fluidodinamica di tali dispositivi viene pertanto condotto attraverso una sovrapposizione degli effetti.

Si definiscono le seguenti scale di riferimento:

- scala molecolare;
- scala della bolla;

- scala del reattore;
- scala industriale.

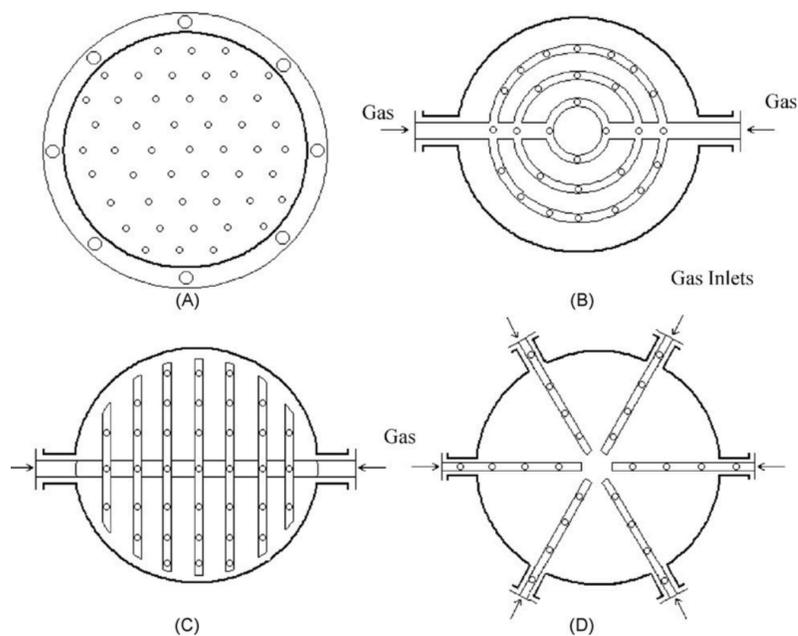


Figura 16: Possibili configurazioni dell'erogatore per una colonna a bolle: (A) distributore a piatto, (B) erogatore ad anelli multipli, (C) distributore a braccia multiple, (D) erogatore a tubo retto.

A livello molecolare vengono studiati i fenomeni di interfaccia tra le diverse fasi ed è possibile definire dei modelli in grado di descrivere lo scambio di materia che si verifica; è pertanto necessaria una conoscenza approfondita dei principi cardine della chimica. Alla scala delle bolle si analizzano le cause per cui la fase gassosa assume una determinata forma, si studia la dinamica di una singola bolla e gli eventi che causano la coalescenza e vengono definiti dei modelli in grado di anticipare la dissoluzione di una bolla. È inoltre possibile ricavare l'equazione di bilancio della popolazione (*population balance equation*) per un determinato regime di flusso a partire dall'analisi della distribuzione probabilistica delle dimensioni delle bolle. Alla scala del reattore si definiscono le configurazioni dei vari regimi di flusso e i fenomeni che ne inducono la transizione, ed infine alla scala industriale il punto di vista modellistico-laboratoriale viene sostituito da un approccio industriale; i fenomeni studiati alle scale inferiori dovranno pertanto essere riscaldati. Nella figura 17 viene mostrata una rappresentazione grafica dell'approccio multiscala allo studio della fluidodinamica dei reattori a colonna.

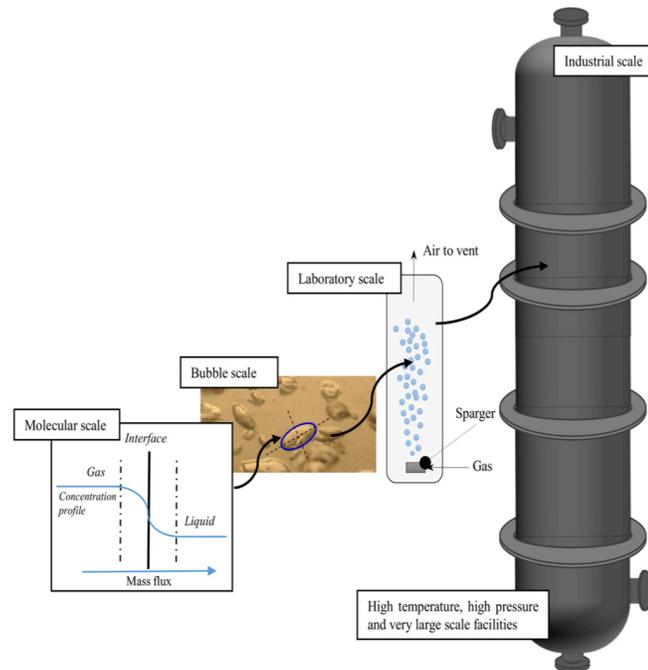


Figura 17: Rappresentazione dell’approccio multiscala necessario allo studio della fluidodinamica dei reattori a colonna.

3.2 Classificazione dei regimi di flusso

Adottando un approccio in linea con lo studio effettuato da Y. Taitel e A. E. Dukler per i condotti orizzontali, è possibile definire i diversi regimi di flusso che si manifestano all’interno di una colonna a bolle all’aumentare della portata della fase gassosa. Nei reattori multifase, la configurazione in cui si presenta il flusso è indicativa del comportamento assunto dalla fase dispersa e permette di delineare le interazioni che si verificano tra questa e la fase continua [28]. I regimi di flusso registrati all’aumentare della velocità della fase gassosa U_G sono i seguenti.

- Regime omogeneo mono-disperso (*mono-dispersed homogeneous flow regime*);
- Regime pseudo-omogeneo (*pseudo-homogeneous flow regime*);
- Regime di transizione (*transition flow regime*);
- Regime eterogeneo (*heterogeneous flow regime*);
- Regime *slug*;
- Regime anulare (*annular flow regimes*).

Un flusso omogeneo mono-disperso è caratterizzato da una distribuzione probabilistica delle dimensioni delle bolle (*bubble size distribution*) uniforme, e viene generalmente registrato all'interno di reattori che presentano un erogatore di gas dalle maglie fini [29]. All'aumentare della portata della fase gassosa si assiste alla transizione a regime pseudo-omogeneo; rispetto al flusso mono-disperso, le bolle osservate in questa configurazione presentano un diametro maggiore, risultando pertanto simili a quelle generate da un diffusore dalle maglie più grossolane. G. Besagni et al. conclusero che in entrambi i regimi omogenei le interazioni tra le bolle risultano limitate e non si osservano fenomeni di coalescenza [30].

Aumentando ulteriormente la velocità di iniezione del gas U_G si instaura il regime di transizione; tale configurazione può essere caratterizzata da fenomeni di coalescenza ricorrenti oppure dalla riorganizzazione delle bolle in *clusters*. L'evoluzione delle configurazioni di flusso appena descritte all'interno di una colonna a bolle all'aumentare di U_G viene rappresentata nella figura 18.

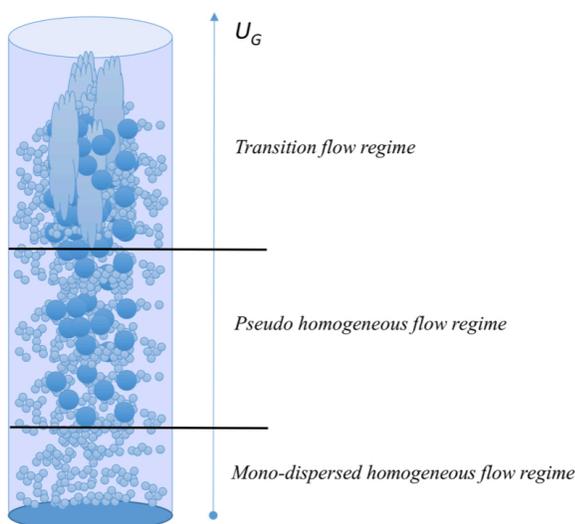


Figura 18: Transizioni del regime di flusso all'interno di una colonna a bolle all'aumentare di U_G .

Al termine della fase transitoria è possibile osservare il regime eterogeneo; G. Montoya et al. evidenziarono che in questa configurazione di flusso la distribuzione probabilistica delle dimensioni delle bolle risulta piuttosto irregolare, si rilevano numerosi casi di coalescenza, la frequenza con cui si verifica la dissoluzione delle bolle è elevata e la fase continua appare caratterizzata da un moto oscillatorio. Ciò significa che il liquido all'interno del reattore scorre con una velocità talvolta orientata in direzione concorde, talvolta in direzione opposta rispetto a quella di ascesa della bolla, e G. Montoya et al. dimostrarono che ciò è dovuto all'incapacità

di U_G di sostenere il flusso esclusivamente verso l'alto a causa della sua scarsa intensità [31].

Esaminando le condizioni che causano la rottura di particelle fluide quali gocce e bolle, J. Kitsha e G. Kocamustafaogullari dimostrarono che il sostenimento della configurazione di flusso *slug* all'interno di una colonna a bolle di applicazione industriale risulta impossibile a causa dell'instabilità di Rayleigh-Taylor [32]; si definisce *instabilità di Rayleigh-Taylor* il fenomeno di instabilità che si verifica quando, all'interfaccia tra due fasi di diverse densità, il fluido più leggero spinge verso il basso il flusso più pesante [33]. Successivamente, C. S. Brooks et al. formalizzarono tale osservazione definendo la seguente condizione critica in forma adimensionale:

$$D_{H,cr}^* = \frac{D_H}{\sqrt{\sigma/g(\rho_L - \rho_G)}} = 52 \quad (3.1)$$

ed affermarono che all'interno di una colonna a bolle caratterizzata da $D_H^* > D_{H,cr}^*$ la configurazione *slug* viene sostituita da *clusters* di bolle [34]; nell'equazione (3.1) D_H indica il diametro idraulico del reattore, e $D_{H,cr}^*$ corrisponde a circa 0.13 m ÷ 0.15 m. Infine, il regime di flusso anulare è caratterizzato da un nucleo di vapore ad alta velocità che trascina al suo interno gocce di condensa della fase liquida; a causa degli elevati valori di U_G necessari al suo sostenimento, quest'ultima configurazione non viene mai stata osservata in colonne a bolle di applicazione industriale.

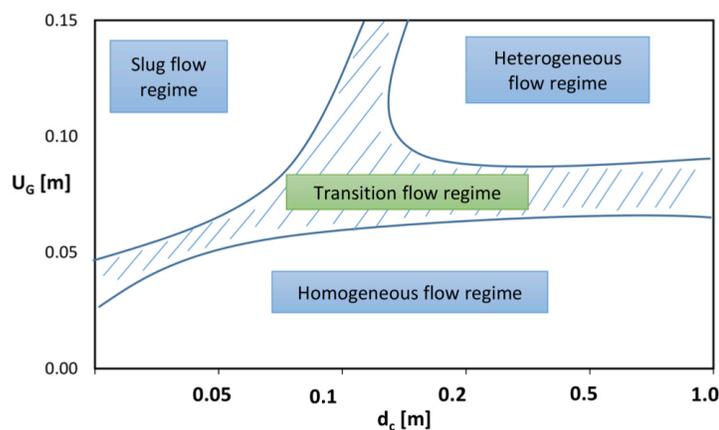


Figura 19: Mappatura dei regimi di flusso proposta da Y. T. Shah et al.

Fissate le condizioni operative e la struttura geometrica di una colonna a bolle, è possibile predire la configurazione di flusso che si instaurerà al suo interno in maniera analoga a quanto suggerito da Y. Taitel e A. E. Dukler per un condotto orizzontale, ossia attraverso una mappatura dei regimi di flusso. In figura 19 si riporta il plot bidimensionale proposto da Y. T. Shah et al. [35]; tale diagramma, che risulta accurato per reattori a colonna che impiegano fluidi dalla bassa viscosità

in condizioni ambientali, descrive l'evoluzione delle configurazioni di flusso al variare della velocità della fase gassosa U_G e del diametro della colonna a bolle d_c .

Conclusioni

Nel corso dell'elaborato appena concluso sono stati analizzati numerosi fenomeni fisici che caratterizzano un flusso bifase contenente bolle. In particolar modo, la trattazione si è soffermata sulle diverse configurazioni di flusso registrate all'interno di condotti orizzontali e verticali, sulle condizioni critiche per cui avviene una transizione di regime, sulla descrizione del campo di moto e sull'effetto esercitato su quest'ultimo da impurità e tensioattivi.

Nel Capitolo 1 viene presentata una panoramica generale delle diverse configurazioni di flusso bifase registrate all'interno di un condotto orizzontale; ciò si è ritenuto necessario per evidenziare la complessità del fenomeno. Il primo modello teorico in merito venne proposto da Y. Taitel e A. E. Duckler nel 1976; attraverso considerazioni sul salto di pressione a cui ciascuna fase all'interno di un tubo risulta soggetta, essi definirono la mappatura dei regimi di flusso presentata in figura 1. La teoria di Y. Taitel e A. E. Duckler venne successivamente corretta ed estesa al caso microscopico da A. Ullman e N. Brauner; a partire dalle osservazioni sperimentali condotte da K. A. Triplett nel 1999, essi definirono un criterio in grado di predire una transizione di regime. Viene inoltre descritto il set-up sperimentale attraverso cui R. Revellin condusse le sue osservazioni nel 2006.

Il Capitolo 2 si sofferma sulla descrizione del campo di moto attorno ad una bolla in un flusso ad elevato numero di Reynolds. Nel 1959 il professor D. W. Moore dimostrò che l'intorno di una bolla ascendente all'interno di una fase liquida continua è caratterizzato dalla presenza di uno strato limite. Attraverso la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes, egli quantificò l'influenza delle forze di pressione registrate all'interno del *boundary layer* e propose un'espressione per il C_D a cui la bolla è soggetta alternativa rispetto a quella suggerita da V. G. Levich nel 1949. Nel 1956 P. G. Saffman formulò una teoria in grado di predire la configurazione del moto instabile per una bolla d'aria dalla forma di sferoide oblato. Attraverso l'analisi del moto a monte della bolla, egli concluse che bolle caratterizzate da un raggio $0.7 \text{ mm} < r < 3.6 \text{ mm}$ non seguono una traiettoria rettilinea durante la loro ascesa ma un percorso a *zig zag* o a spirale; nella realtà si evince che il limite superiore di tale intervallo sia pari $r = 2.4 \text{ mm}$, e nel 1973 J. Mercier confermò tale teoria attraverso uno studio fotografico condotto

presso la Pontificia Università di Rio de Janeiro. Vengono inoltre riportate le osservazioni sperimentali effettuate da T. Maxworthy al fine di studiare l'ascesa di una bolla in una soluzione liquida contenente impurità e le registrazioni condotte da C. Ybert e J. M. di Meglio per determinare l'effetto provocato dalla presenza di tensioattivi all'interno della fase continua. Essi conclusero che la presenza di glicerina nell'intorno della bolla aumenta la sua distorsione e modifica la resistenza a cui questa è soggetta e che il comportamento idrodinamico di una bolla all'interno di una miscela contaminata da tensioattivi è analogo a quello di una particella solida, rispettivamente.

Infine, nel Capitolo 3 si presentano i principi di funzionamento delle colonne a bolle e le possibili configurazioni che un flusso può assumere al loro interno all'aumentare della portata di fase gassosa. Questi reattori multifase sono caratterizzati da complesse interazioni fluidodinamiche, pertanto è necessario adottare un approccio multiscala per descriverne il comportamento in maniera completa e rigorosa.

Bibliografia

- [1] Ishii, M., Hibiki, T. (2006). Introduction. In: *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29187-1_1
- [2] Taitel, Y., Dukler, A. E. (1976). A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE Journal*, 22(1), 47–55. <https://doi.org/10.1002/aic.690220105>
- [3] Ribatski, G. (2013). A critical overview on the recent literature concerning flow boiling and two-phase flows inside micro-scale channels. *Experimental Heat Transfer*, 26(2-3), 198–246. <https://doi.org/10.1080/08916152.2012.737189>
- [4] Revellin, R., Dupont, V., Ursenbacher, T., Thome, J. R., Zun, I. (2006). Characterization of diabatic Two-phase flows in microchannels: Flow parameter results for r-134a in a 0.5mm channel. *International Journal of Multiphase Flow*, 32(7), 755–774. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.02.016>
- [5] Ullmann, A., Brauner, N. (2007). The prediction of flow pattern maps in minichannels. *Multiphase Science and Technology*, 19(1), 49–73. <https://doi.org/10.1615/multsciotechn.v19.i1.20>
- [6] Triplett, K. A., Ghiaasiaan, S. M., Abdel-Khalik, S. I., Sadowski, D. L. (1999). Gas-liquid two-phase flow in Microchannels Part I: Two-phase flow patterns. *Journal of Fluid Mechanics*, 25(3), 377–394. [https://doi.org/10.1016/s0301-9322\(98\)00054-8](https://doi.org/10.1016/s0301-9322(98)00054-8)
- [7] Rahim, E., Revellin, R., Thome, J., Bar-Cohen, A. (2011). Characterization and prediction of two-phase flow regimes in miniature tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, 37(1), 12–23. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2010.09.002>
- [8] Moore, D. W. (1959). The rise of a gas bubble in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 6(1), 113–130. <https://doi.org/10.1017/s0022112059000520>
- [9] Levich, V. G. (1949). Bubble motion at high Reynolds numbers. *Zh. Eksp. Teoret. Fiz*, 19, 18–24 (In Russian)
- [10] Moore, D. W. (1963). The boundary layer on a spherical gas bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 16(2), 161–176. <https://doi.org/10.1017/s0022112063000665>
- [11] Magnaudet, J., Eames, I. (2000). The motion of high-reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32(1), 659–708.

- <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.659>
- [12] Maxworthy, T., Gnan, C., Kürten, M., Durst, F. (1996). Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids. *Journal of Fluid Mechanics*, 321, 421–441. <https://doi.org/10.1017/s0022112096007781>
- [13] Dalton, N., Miner, C. (1953). *Glycerol*. Reinhold.
- [14] Kendoush, A. (2022). Calculation of the pressure field around a spherical-cap bubble. *International Conference on Fluid Flow, Heat and Mass Transfer*. <https://doi.org/10.11159/ffhmt22.117>
- [15] Saffman, P. G. (1956). On the rise of small air bubbles in water. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(3), 249–275. <https://doi.org/10.1017/s0022112056000159>
- [16] Rosenberg, B. (1950). The drag and shape of air bubbles moving in liquids. Navy Dept., David W. Taylor Model Basin.
- [17] Datta, R. L., Napier, D. H., Newitt, D. M. (1950). The properties and behaviour of gas bubbles formed at a circular orifice. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 28-14.
- [18] Haberman, W. L., Morton, R. K. (1953). An Experimental Investigation of the Drag and Shape of Air Bubbles Rising in Various Liquids / by W. L. Haberman and R. K. Morton. Navy Dept., David W. Taylor Model Basin. <https://doi.org/10.5962/bhl.title.47521>
- [19] Mercier, J., Lyrio, A., Forslund, R. (1973). Three-dimensional study of the nonrectilinear trajectory of air bubbles rising in water. *Journal of Applied Mechanics*, 40(3), 650–654. <https://doi.org/10.1115/1.3423065>
- [20] Ybert, C., di Meglio, J.-M. (1998). Ascending air bubbles in protein solutions. *The European Physical Journal B*, 4(3), 313–319. <https://doi.org/10.1007/s100510050385>
- [21] Clift, R., Weber, M. E., Grace, J. R. (1980). *Bubbles, drops and particles*. Acad. Pr.
- [22] Rimon, Y., Cheng, S. I. (1969). Numerical solution of a uniform flow over a sphere at intermediate Reynolds Numbers. *Physics of Fluids*, 12(5), 949. <https://doi.org/10.1063/1.2163685>
- [23] Besagni, G., Inzoli, F., Ziegenhein, T. (2018). Two-phase bubble columns: A comprehensive review. *ChemEngineering*, 2(2), 13. <https://doi.org/10.3390/chemengineering2020013>
- [24] Kantarci, N., Borak, F., Ulgen, K. O. (2005). Bubble column reactors. *Process Biochemistry*, 40(7), 2263–2283. <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2004.10.004>
- [25] Mutaf, T., Oncel, S. S. (2022). Bubble column and airlift bioreactor systems for animal cell culture applications. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 18(1). <https://doi.org/10.1002/apj.2872>
- [26] Moradi, M., Rashedi, H., Mofradnia, S. R., Khosravi-Darani, K., Ashouri, R., Yazdian, F. (2019). Polyhydroxybutyrate Production from Natural Gas in A

- Bubble Column Bioreactor: Simulation Using COMSOL. *Bioengineering*, 6(3), 84. <https://doi.org/10.3390/bioengineering6030084>
- [27] Kulkarni, A. V., Badgandi, S. V., Joshi, J. B. (2009). Design of ring and spider type spargers for Bubble column reactor: Experimental measurements and CFD simulation of flow and weeping. *Chemical Engineering Research and Design*, 87(12), 1612–1630. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2009.06.003>
- [28] Besagni, G., Varallo, N., Mereu, R. (2023). Computational fluid dynamics modelling of two-phase bubble columns: A comprehensive review. *Fluids*, 8(3), 91. <https://doi.org/10.3390/fluids8030091>
- [29] Besagni, G., Gallazzini, L., Inzoli, F. (2018). Effect of gas sparger design on bubble column hydrodynamics using pure and binary liquid phases. *Chemical Engineering Science*, 176, 116–126. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2017.10.036>
- [30] Besagni, G., Inzoli, F., De Guido, G., Pellegrini, L. A. (2016). Experimental investigation on the influence of ethanol on bubble column hydrodynamics. *Chemical Engineering Research and Design*, 112, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2016.06.009>
- [31] Montoya, G., Lucas, D., Baglietto, E., Liao, Y. (2016). A review on mechanisms and models for the churn-turbulent flow regime. *Chemical Engineering Science*, 141, 86–103. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.09.011>
- [32] Kitscha, J., Kocamustafaogullari, G. (1989). Breakup criteria for fluid particles. *International Journal of Multiphase Flow*, 15(4), 573–588. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(89\)90054-2](https://doi.org/10.1016/0301-9322(89)90054-2)
- [33] Sharp, D. H. (1984). An overview of Rayleigh–Taylor instability. *Physica D*, 12, 3–18.
- [34] Brooks, C. S., Paranjape, S. S., Ozar, B., Hibiki, T., Ishii, M. (2012). Two-group drift-flux model for closure of the modified two-fluid model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 37, 196–208. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2012.04.002>
- [35] Shah, Y. T., Kelkar, B. G., Godbole, S. P., Deckwer, W.-D. (1982). Design parameters estimations for bubble column reactors. *AIChE Journal*, 28(3), 353–379. <https://doi.org/10.1002/aic.690280302>