



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Aerospaziale

Simulazione Numerica 3D del Flusso in Tubi Collassabili

Studente: Edoardo Vittore

Matricola: 299388

Relatore: Stefania Scarsoglio

Anno Accademico 2024–2025

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Contesto scientifico e rilevanza del tema	3
1.2	Obiettivi del lavoro	3
1.3	Struttura della tesi	4
2	Descrizione del problema fisico e metodi numerici	5
2.1	Il problema del flusso in condotti con pareti collassabili	5
2.1.1	Il modello dello <i>Starling resistor</i>	5
2.1.2	Flusso di Hagen–Poiseuille e pressione trasmurale	6
2.1.3	Fenomeni caratteristici	6
2.2	Parametri caratterizzanti	9
2.2.1	Numero di Reynolds	9
2.2.2	Numero di Strouhal	9
2.2.3	Legge di Laplace (pareti sottili)	9
2.2.4	Tube law (relazione pressione-area)	10
2.2.5	Geometria e natura della parete	11
2.3	Tecniche numeriche di simulazione	12
2.3.1	Quadro generale del solutore FSI	12
2.3.2	Discretizzazione e gestione dell’interfaccia	14
2.3.3	Accoppiamento: esplicito vs implicito	15
2.3.4	Grandi deformazioni e quasi-chiusura	16
2.3.5	Condizioni al contorno e casi di riferimento	16
2.3.6	Convergenza, criteri e validazione	17
2.3.7	Scelta dell’approccio: pro e contro sintetici	19
2.4	Metriche di confronto e validazione	19
3	Analisi dei risultati dalla letteratura	21
3.1	Simulazioni 3D con pareti sottili	21
3.1.1	Heil (1997): baseline 3D in regime viscoso (Stokes)	21
3.1.2	Hazel and Heil (2003): flussi stazionari a Re finiti	22
3.1.3	Heil and Boyle (2010): onset e oscillazioni autoindotte 3D	23
3.2	Simulazioni 3D con pareti spesse	25
3.2.1	Marzo et al. (2005): collasso e flusso stazionario con parete spessa	25
3.2.2	Zhang et al. (2018): iperelasticità, modalità di collasso e rami multipli	28
3.3	Simulazioni 3D a griglia fissa (IB / IB–LBM)	29
3.3.1	Rosar and Peskin (2001): prova di fattibilità IB 3D	30
3.3.2	Peskin (2002): cornice metodologica IB	30
3.3.3	Hao and Zhu (2010): accoppiamento implicito IB–LBM	31

3.3.4	Huang et al. (2022): accuratezza locale e leakage in IB-LBM	32
3.3.5	Huang et al. (2024): oscillazioni autoindotte 3D con IB-LBM	32
4	Discussione dei risultati	35
4.1	Sintesi comparativa e scelte modellistiche	35
4.2	Confronto tra tecniche numeriche	36
4.3	Quadro complessivo dei risultati emersi	37
5	Conclusioni e prospettive	39
5.1	Riepilogo dei principali risultati	39
5.2	Pro e contro dei metodi analizzati	39
5.3	Questioni aperte	40
5.4	Sviluppi futuri	41
A	Mappa qualitativa dei regimi (Q^*, P^*)	43
B	Lista dei simboli	44
C	Elenco delle sigle e degli acronimi	45
	Bibliografia	46

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Contesto scientifico e rilevanza del tema

Il flusso in condotti che includono un tratto flessibile (*tubi collassabili*) è un problema classico di interazione fluido-struttura: la sezione non è imposta a priori ma dipende dai carichi, per cui piccole variazioni di pressione possono indurre restringimenti locali, formazione di una *gola* (sezione minima) e, a certi regimi, stati multipli o oscillazioni autoindotte.

La rilevanza è trasversale: in ambito **aerospaziale** (condotti ECS/bleed air con manicotti flessibili, linee pneumatiche/idrauliche con soffietti, elementi gonfiabili/dispiegabili), ma anche in ambito **biomedico** (vie aeree periferiche, vene), **energetico/offshore** (tubazioni flessibili), **microfluidico** e nella **soft robotics**. In questi sistemi collassi parziali e oscillazioni possono limitare la portata, aumentare le perdite e innescare vibrazioni; l'analisi richiede modelli 3D di interazione fluido-struttura per leggere la dinamica locale in gola e confrontare scelte di parete (sottile/spessa) e di interfaccia (conforme/immersa).

1.2 Obiettivi del lavoro

Il presente elaborato si propone di analizzare in modo sistematico lo stato dell'arte delle simulazioni numeriche tridimensionali del flusso in tubi collassabili, con finalità prevalentemente metodologiche e comparative. In particolare, gli obiettivi principali sono:

1. raccogliere e discutere in modo critico la letteratura recente sulle simulazioni 3D di tubi collassabili;
2. definire criteri e terminologia comuni per rendere confrontabili approcci numerici diversi;
3. proporre un protocollo essenziale per l'analisi e il reporting dei risultati (curve $Q-\Delta p$, relazione pressione-area, onset e frequenze);
4. sintetizzare punti di forza e limiti delle principali famiglie di metodi, indicando linee guida e possibili sviluppi futuri.

Si tratta di un lavoro di natura bibliografica e metodologica in cui non vengono eseguite nuove simulazioni.

1.3 Struttura della tesi

Il [Capitolo 2](#) introduce il problema fisico, i parametri e le principali tecniche numeriche di simulazione. Il [Capitolo 3](#) presenta i risultati delle simulazioni 3D dalla letteratura (pareti sottili, spesse e approcci a griglia fissa). Il [Capitolo 4](#) propone una sintesi comparativa, confronta le diverse tecniche e traccia un quadro complessivo dei risultati. Infine, il [Capitolo 5](#) riassume i messaggi principali e indica prospettive e sviluppi futuri.

Capitolo 2

Descrizione del problema fisico e metodi numerici

2.1 Il problema del flusso in condotti con pareti collassabili

L'interazione fluido-struttura in condotti deformabili è centrale in biofluidodinamica e in applicazioni ingegneristiche. Nel seguito assumiamo un fluido incompressibile e newtoniano, con regimi che vanno dal laminare all'insorgenza di instabilità locali.

2.1.1 Il modello dello *Starling resistor*

Il *resistore di Starling* (in inglese *Starling resistor*) è la configurazione canonica per lo studio del collasso in condotti deformabili: un segmento flessibile di lunghezza L_f è interposto fra due tratti rigidi e sottoposto a una pressione esterna uniforme p_{ext} . Tale set-up isola i meccanismi essenziali di collasso, limitazione di portata (*flow limitation*) e insorgenza di instabilità autoindotte [Hazel and Heil \(2003\)](#).

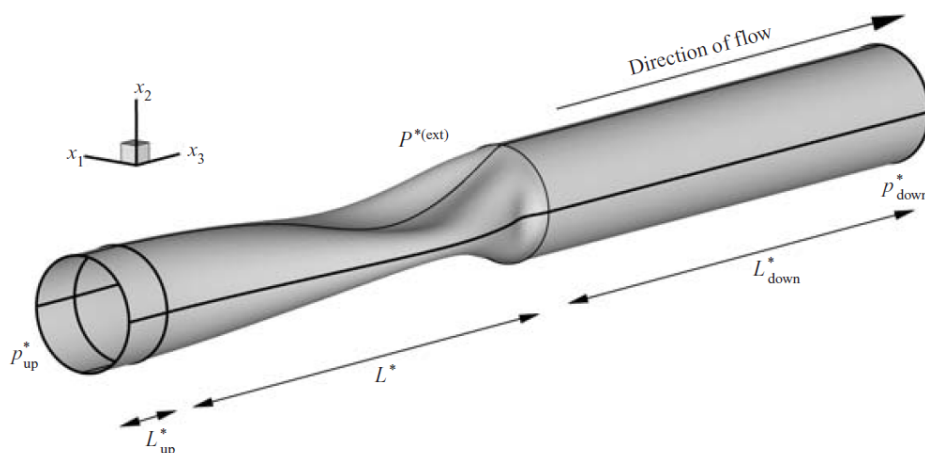


Figura 2.1: Schema concettuale del *resistore di Starling*: segmento flessibile tra tratti rigidi e pressioni applicate. Adattato da [Hazel and Heil \(2003\)](#).

2.1.2 Flusso di Hagen–Poiseuille e pressione trasmurale

Per un condotto cilindrico *rigido* in regime laminare stazionario vale la legge di Hagen–Poiseuille per la portata Q

$$Q = \frac{\pi D^4}{128 \mu L} \Delta p = \frac{\Delta p}{R_h}, \quad R_h = \frac{128 \mu L}{\pi D^4}. \quad (2.1)$$

dove D è il diametro, L la lunghezza, μ la viscosità dinamica e Δp il salto di pressione tra monte e valle. In questo caso Q cresce linearmente con Δp .¹

Con *pareti deformabili*, la grandezza chiave è la *pressione trasmurale*

$$p_{tm} = p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}, \quad (2.2)$$

che governa la sezione locale: se $p_{tm} > 0$ la parete tende a distendersi ($A \uparrow$, resistenza \downarrow); se $p_{tm} < 0$ tende al collasso (formazione di una gola: sezione di area minima). Poiché in molti casi pratici p_{ext} è quasi costante mentre $p_{\text{int}}(x)$ decresce lungo il tubo, $p_{tm}(x)$ diminuisce verso valle, favorendo il restringimento locale e possibili instabilità e oscillazioni autoindotte.

2.1.3 Fenomeni caratteristici

In condizioni di collasso il campo di velocità assume configurazioni ricorrenti, ben visibili in [figura 2.3](#). Di seguito si riassumono gli aspetti utili alla lettura dei pannelli.

Gola e getto coerente. La formazione di una gola concentra gran parte del salto di pressione in una regione breve: il flusso accelera in un getto coerente (linee di corrente quasi parallele, debole divergenza laterale) delimitato da due strati di taglio. Subito a valle compaiono ricircoli deboli; massima dissipazione e tensioni tangenziali elevate si localizzano presso la gola ([Hazel and Heil, 2003](#)).

Rottura di simmetria e strutture tridimensionali. All'aumentare dell'intensità di collasso (sezione più schiacciata) e/o del numero di Reynolds, gli strati di taglio si assottigliano e diventano più sensibili alle perturbazioni: si indebolisce la simmetria circonferenziale (azimutale), compaiono vortici allineati alla corrente e, nei casi più marcati, configurazioni a doppio getto separate da una fascia di bassa velocità ([Hazel and Heil, 2003](#); [Marzo et al., 2005](#)).

Autoregolazione della gola e *flow limitation*. Piccoli aumenti di portata amplificano le perdite locali nella gola e riducono ulteriormente la pressione interna dove la sezione è minima: la gola tende a restringersi ancora, la resistenza cresce e la relazione Q - Δp diventa sublineare. Oltre una soglia, incrementi di Δp producono aumenti di Q via via meno significativi fino a una quasi-saturazione (*flow limitation*) ([Hazel and Heil, 2003](#); [Conrad, 1969](#); [Bertram and Elliott, 2003](#)).

¹Nel seguito, quando si userà $Re = UD/\nu$, si intende $\nu = \mu/\rho$.

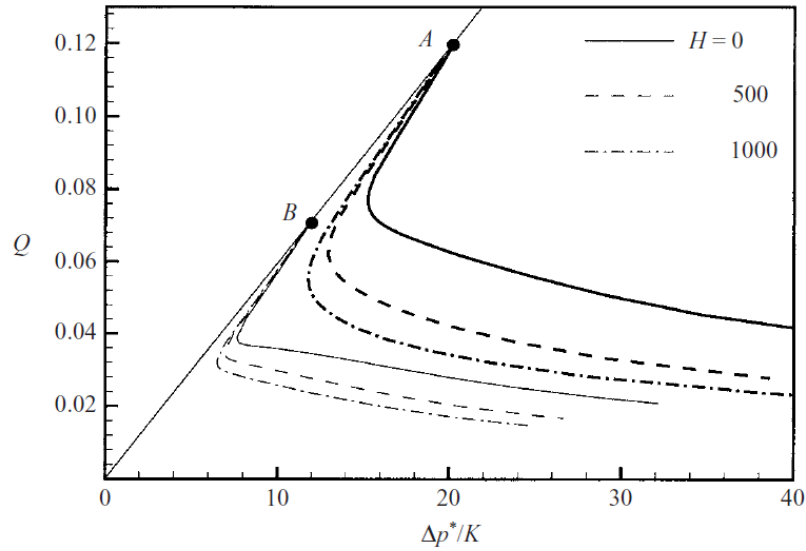
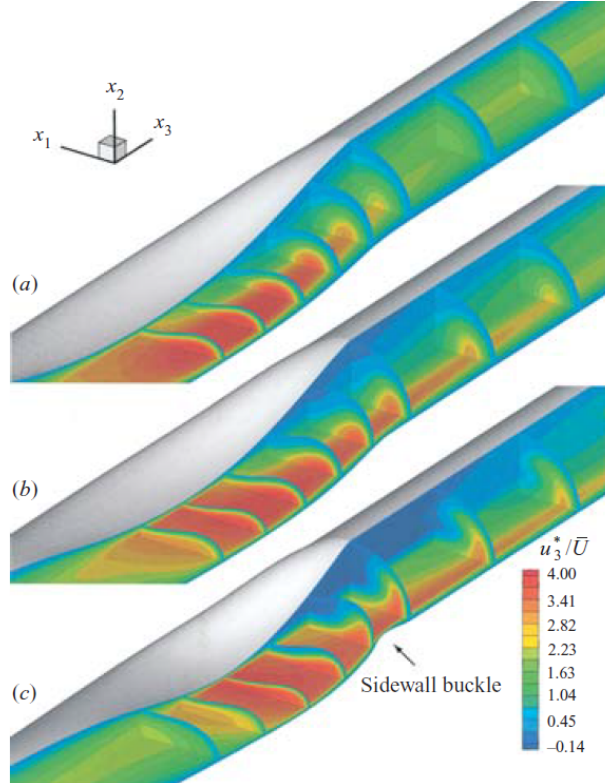


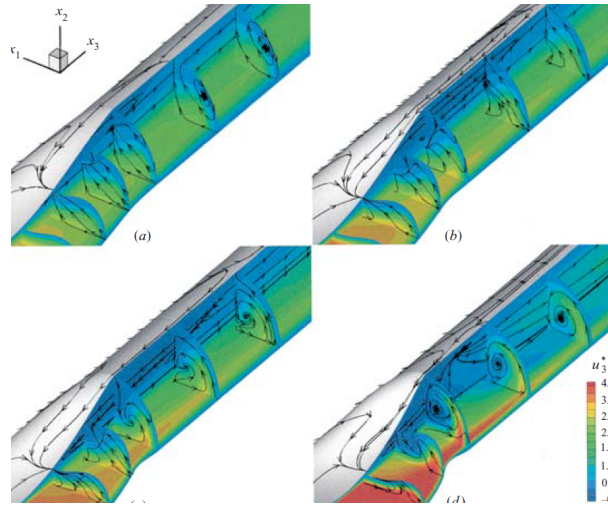
Figura 2.2: Curva Q - Δp per un tubo collassabile a parete sottile, con evidenza della *flow limitation*. Adattato da Hazel and Heil (2003).

Dinamica nel tempo. Per specifiche combinazioni di rigidità, Δp , Re e lunghezza del tratto flessibile compaiono oscillazioni autoindotte: posizione e area della gola variano nel tempo, modulando periodicamente velocità e pressioni lungo il tratto a valle (Heil and Boyle, 2010). In modelli ridotti, l'insorgenza e la natura delle oscillazioni (fino a dinamiche caotiche) sono state descritte con schemi a flusso separato e con modelli semplificati del tubo collassabile (Cancelli and Pedley, 1985; Jensen, 1992).

Nota. Nel seguito si indica con u_3 la componente assiale della velocità.



(a) Collasso fissato, $Re \uparrow$: i lobi accelerati formano getti più lunghi; agli Re maggiori i getti interagiscono con le pareti e si diffondono azimuthalmente.



(b) Re fissato, collasso \uparrow : cresce la bolla di separazione, si rafforzano le strutture 3D e si riduce la regione di flusso retrogrado dopo la collisione dei getti.

Figura 2.3: Campi di velocità u_3/U in un tubo collassabile sottile. (a) Effetto di Re a collasso fissato; (b) effetto dell'aumento del collasso a Re fissato. Adattato da Hazel and Heil (2003).

2.2 Parametri caratterizzanti

Questa sezione raccoglie i parametri fluidodinamici e strutturali essenziali per descrivere il comportamento dei tubi collassabili e per interpretare i risultati numerici e sperimentali.

2.2.1 Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds misura il rapporto tra forze inerziali e viscosi:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu}, \quad (2.3)$$

dove U è la velocità media di bulk, D il diametro del condotto, ρ la densità e μ la viscosità dinamica. A parità di pressione trasmurale p_{tm} , l'aumento di Re assottiglia gli strati di taglio associati al getto in gola, allungandone la regione di influenza e favorendo la comparsa di strutture tridimensionali e rotture di simmetria [Hazel and Heil \(2003\)](#).²

2.2.2 Numero di Strouhal

Il numero di Strouhal misura quanto la dinamica non stazionaria sia veloce rispetto al trasporto convettivo:

$$St = \frac{f D}{U} = \frac{D/U}{T}, \quad (2.4)$$

dove f è la frequenza caratteristica (ad es. di oscillazioni autoindotte), D il diametro del condotto, U la velocità media di bulk e $T = 1/f$ il periodo. Valori maggiori di St indicano variazioni più rapide rispetto al tempo convettivo D/U .

2.2.3 Legge di Laplace (pareti sottili)

Per un guscio cilindrico sottile in stato di membrana ($t \ll R$) soggetto a pressione trasmurale uniforme p_{tm} , l'equilibrio circonferenziale fornisce la relazione di Laplace:

$$\sigma_\theta = \frac{p_{tm} R}{t} \iff p_{tm} \approx \sigma_\theta \frac{t}{R}, \quad (2.5)$$

dove σ_θ è la tensione circonferenziale (hoop stress), t lo spessore, R il raggio *attuale* della sezione.

Ipotesi e limiti di validità. La (2.5) vale come stima d'ordine per pareti sottili con carico di pressione pressoché uniforme e contributi flettenti trascurabili (dominio di membrana). Per spessori non più sottili (t/R non piccolo) o per grandi deformazioni con distribuzioni di sforzo non membrane-dominate, sono necessari modelli a parete spessa o solidi 3D (si veda la discussione in 2.2.4 e 3.2).

Collegamento con la relazione pressione-area. La legge di Laplace fornisce un legame *tensione-pressione* locale: combinata con un modello costitutivo della parete (lineare o iperelastico) consente di ricavare la pendenza locale della curva pressione-area e quindi la *compliance* effettiva (rimando a 2.2.4).

²Nel seguito usiamo U come velocità media di bulk; quando necessario si assume $U = 4Q/(\pi D^2)$.

2.2.4 Tube law (relazione pressione-area)

La *tube law* collega la pressione trasmurale alla sezione del tratto deformabile:

$$p_{tm} = F(A), \quad F(A_0) = 0, \quad (2.6)$$

dove A è l'area istantanea e A_0 l'area di riferimento (nessuna deformazione). Per piccole variazioni attorno ad A_0 , una forma lineare (compliance pressoché costante) è

$$p_{tm} \approx K_A \left(\frac{A}{A_0} - 1 \right), \quad (2.7)$$

con K_A *rigidezza areale* [Pa] (maggiore $K_A \Rightarrow$ parete meno comprimibile). In alternativa, è spesso impiegata una forma debolmente non lineare

$$p_{tm} = \beta \left(\sqrt{\frac{A}{A_0}} - 1 \right), \quad (2.8)$$

dove β è una rigidezza equivalente [Pa].

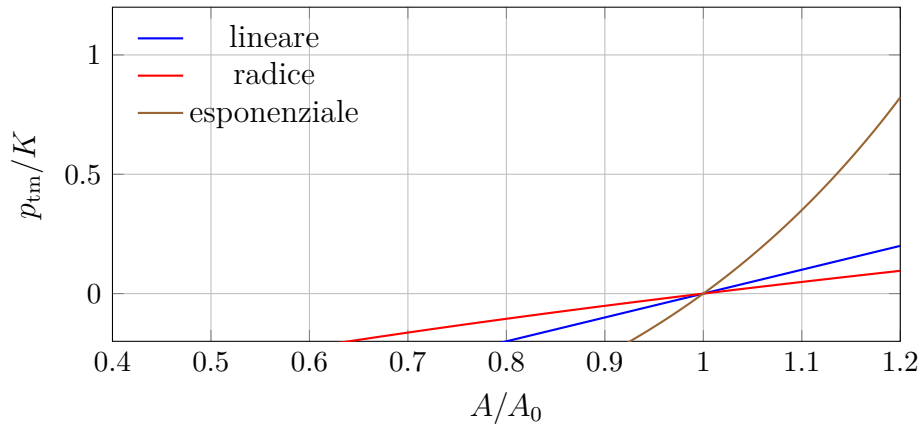


Figura 2.4: Confronto qualitativo tra tre scelte di tube law: pendenza costante (lineare), più cedevole inizialmente e più rigida al collasso (radice), irrigidimento rapido a grandi deformazioni (esponenziale).

Compliance areale. La pendenza locale della curva pressione-area definisce la *compliance areale*

$$C_A = \frac{1}{A_0} \frac{dA}{dp_{tm}} = \left(\frac{dp_{tm}}{d(A/A_0)} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Dalla (2.7) segue $C_A = 1/K_A$. La (2.8) fornisce invece una pendenza che cresce con la deformazione (irrigidimento non lineare).

Note e collegamenti.

- La tube law è un legame *quasi-statico locale* che incorpora in modo efficace le proprietà di parete; per una giustificazione a grandi linee, si veda la stima di *Laplace* in 2.2.3.

- In presenza di pareti *spesse* o di grandi deformazioni, la sola (2.6) può risultare insufficiente: si rimanda ai modelli strutturali in 3.2.
- Operativamente, la tube law, fissando la compliance, modula la relazione $Q-\Delta p$: quando A si riduce, la resistenza idraulica cresce e può emergere la *flow limitation*.

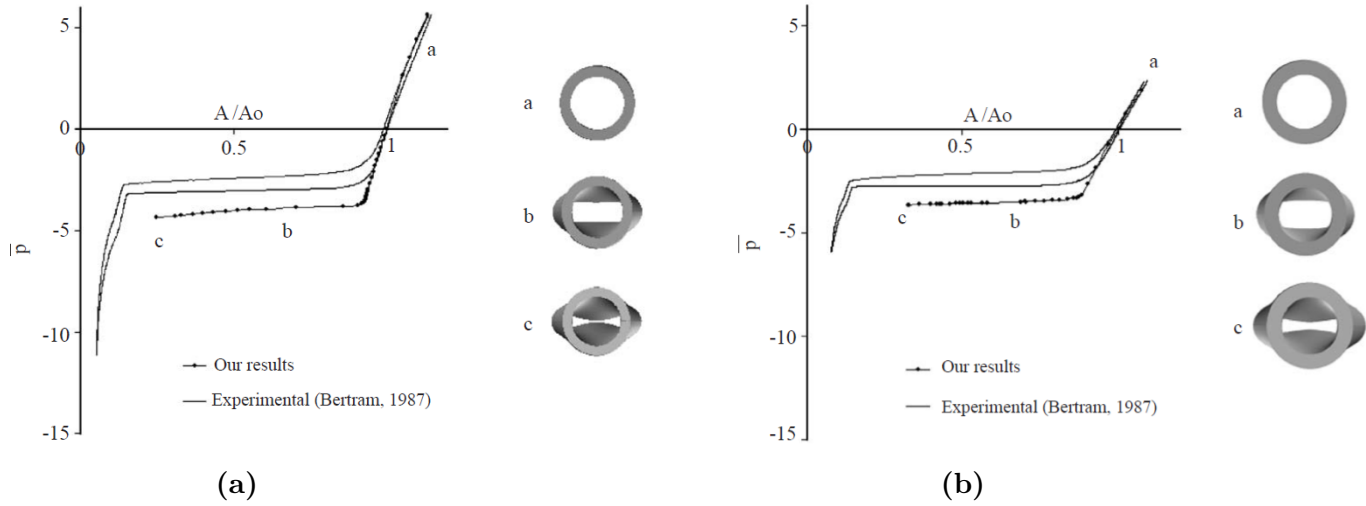


Figura 2.5: Confronto pressione–area per tubo collassabile: (a) caso a parete più sottile; (b) caso a parete spessa. Adattato da [Marzo et al. \(2005\)](#).

2.2.5 Geometria e natura della parete

Consideriamo un condotto cilindrico con un segmento flessibile di lunghezza L_f inserito fra due tratti rigidi; il raggio di riferimento è $R_0 = D/2$ e lo spessore della parete è t .

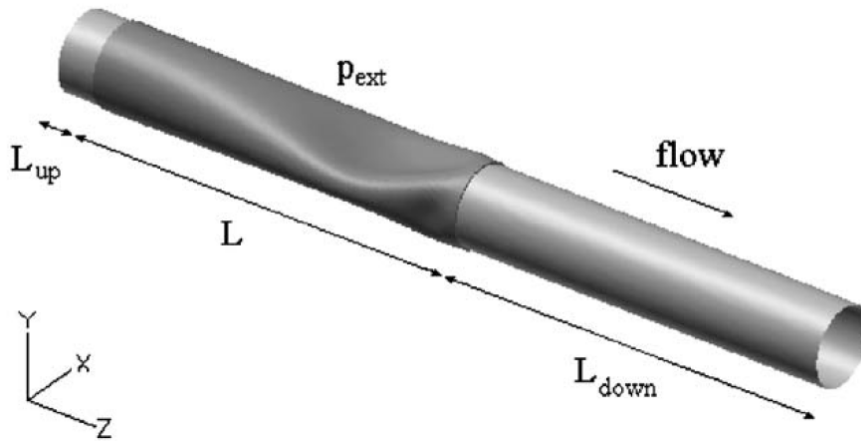


Figura 2.6: Geometria numerica con segmento flessibile tra tratti rigidi. Adattato da [Marzo et al. \(2005\)](#).

Casi di interesse

- **Parete rigida** (baseline idraulica): la sezione è fissa; utile per calibrare Re e i carichi locali (Poiseuille).
- **Parete deformabile**: la sezione dipende dalla pressione trasmurale p_{tm} (problema FSI).
- **Sottile vs spessa**: parete *sottile* ($t \ll R_0$) modellata come membrana/guscio; parete *spessa* descritta come solido 3D con campi di sforzo nello spessore.

Nota orientativa. In molti studi, per $t/R_0 \lesssim 0.05-0.1$ è ragionevole un modello di guscio sottile; per valori maggiori risulta preferibile un solido 3D, specie in presenza di grandi deformazioni.

Implicazioni operative.

- **Parete rigida**: riferimento per confronti e per costruire curve $Q-\Delta p$ indicative.
- **Parete deformabile sottile**: si usa una *tube law* $p_{tm} = F(A)$ (si veda 2.2.4) che incorpora la compliance in modo efficace.
- **Parete deformabile spessa**: si impiega un modello di solido 3D accoppiato al fluido (FSI) che restituisce la distribuzione degli sforzi nello spessore.

Cenni sui solidi iperelastici (parete spessa). Nei modelli 3D la parete è spesso assunta *iperelastica* (risposta elastica a grandi deformazioni) e quasi incomprimibile. Un esempio è il modello Neo-Hooke, quasi incomprimibile; per grandi deformazioni si osserva irrigidimento non lineare. Alternative comuni sono anche i modelli di Mooney Rivlin e di Ogden.

2.3 Tecniche numeriche di simulazione

L'analisi dei tubi collassabili richiede di risolvere un problema accoppiato fluido-struttura (FSI): le equazioni di Navier-Stokes incomprimibili per il fluido e un modello elastico per la parete, con accoppiamento cinematico (continuità di velocità/spostamento) e dinamico (bilancio delle trazioni) all'interfaccia.

2.3.1 Quadro generale del solutore FSI

In un'impostazione *partitioned*, ad ogni passo temporale si eseguono:

1. **Solve fluido** sulla geometria aggiornata;
2. **Calcolo delle trazioni** all'interfaccia fluidostruttura;
3. **Solve strutturale** e aggiornamento degli spostamenti della parete;
4. **Aggiornamento della mesh fluida** (se ALE);
5. Eventuali **sottoiterazioni** fluido/struttura per chiudere l'accoppiamento.

Le condizioni di interfaccia su Γ_{fs} impongono continuità cinematica e di trazione:

$$\mathbf{u}_f = \dot{\mathbf{d}}_s, \quad \boldsymbol{\sigma}_f \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_s \mathbf{n} \quad \text{su } \Gamma_{fs}, \quad (2.10)$$

dove \mathbf{u}_f è la velocità del fluido, \mathbf{d}_s lo spostamento della parete (quindi $\dot{\mathbf{d}}_s$ la sua velocità), $\boldsymbol{\sigma}_{(.)}$ sono i tensori di sforzo di Cauchy e \mathbf{n} è la normale uscente dal fluido.

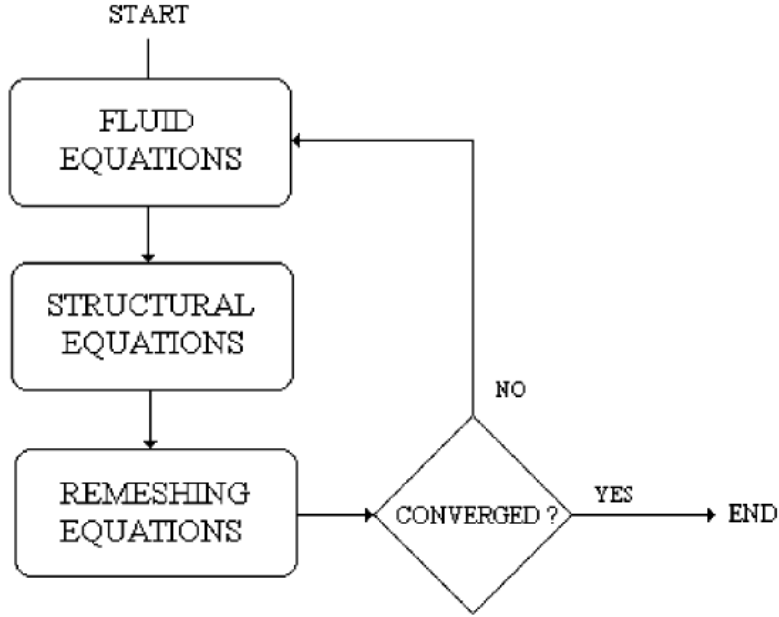


Figura 2.7: Workflow tipico di un solutore FSI *partitioned*: solve fluido \rightarrow trazioni \rightarrow solve solido \rightarrow update mesh, con eventuali sottoiterazioni. Adattato da [Marzo et al. \(2005\)](#).

2.3.2 Discretizzazione e gestione dell'interfaccia

Tre famiglie coprono gran parte della letteratura 3D per tubi collassabili, differendo per il trattamento dell'interfaccia fluido-struttura Γ_{fs} .

Mesh conforme (ALE/FEM). La mesh fluida aderisce alla parete e si muove con essa (ALE); le equazioni di Navier-Stokes si risolvono su geometria aggiornata, mentre la parete è modellata come guscio sottile o come solido 3D. L'interfaccia è *netta* e le condizioni (2.10) sono impiegate in modo naturale (conformità); in casi non conformi si adottano tecniche di penalità o Nitsche. Criticità: qualità della mesh e *remeshing* per grandi deformazioni (2.3.4). Esempi: [Hazel and Heil \(2003\)](#) (parete sottile, shell Kirchhoff-Love); [Zhang et al. \(2018\)](#) (vasi iperelastici ALE/FEM 3D).

Interfaccia immersa (IB) e IB-LBM. La parete è una curva/superficie *lagrangiana* immersa in una griglia fluida *euleriana* fissa; lo scambio avviene tramite forze distribuite con un *kernel regolarizzato* (delta discreta). Vantaggi: grandi deformazioni e quasi-chiusura senza remeshing; svantaggi: interfaccia numerica *diffusa*, possibili *penetrazioni* e smoothing delle trazioni (localmente meno accurate), attenzione alla conservazione di massa vicino a Γ_{fs} (2.3.4). Esempi: [Rosar and Peskin \(2001\)](#) (IB 3D); [Huang et al. \(2022\)](#) (feedback IB con LBM; analisi di accuratezza vicino all'interfaccia).

Lattice Boltzmann (LBM). Schema cinetico per il fluido; si abbina bene a IB su griglia fissa (IB-LBM) per geometrie mobili. La parete si impone con tecniche di *bounce-back* (eventualmente interpolato) o via forzamento IB; scelta rilevante per la stima di sforzi paretali e perdite in gola.

Famiglia	Tipo interfaccia	Punti di forza	Criticità
ALE/FEM	netta (conforme)	trazioni e geometria d'interfaccia accurate	<i>remeshing</i> per grandi deformazioni; qualità della mesh vicino alla quasi-chiusura
IB	diffusa (kernel)	grandi deformazioni; robusto in quasi-chiusura	smoothing delle trazioni; possibili penetrazioni; conservazione di massa vicino a Γ_{fs}
IB-LBM	diffusa (kernel)	schema euleriano robusto; pareti mobili senza <i>remeshing</i>	scelta BC ¹ di parete (bounce-back/interpolato); stima WSS ² su pareti curve

¹ boundary conditions.

² Wall Shear Stress, sforzo di taglio alla parete.

Tabella 2.1: Gestione dell'interfaccia: sintesi qualitativa.

2.3.3 Accoppiamento: esplicito vs implicito

Richiamiamo le condizioni d'interfaccia su Γ_{fs} (Equazione 2.10). Tre strategie sono comuni.

Partitioned debole (esplicito). Un solo scambio fluido→solido per time-step: costo basso ma stabilità limitata con pareti molto cedevoli (effetto di *added-mass*). La robustezza si migliora con poche sotto-iterazioni all'interfaccia e con un' *under-relaxation* adattiva (Aitken Δ^2), che smorza gli oscillamenti tra i campi. In pratica: al sotto-passo k si calcola il residuo d'interfaccia $\mathbf{r}^{(k)}$, si aggiorna l'incognita con un fattore $\omega^{(k+1)} \in (0, 1]$ scelto automaticamente e si arresta quando $\|\mathbf{r}^{(k)}\|/\|\mathbf{r}^{(0)}\| \leq 10^{-3}-10^{-5}$.

Partitioned forte (implicito). Sotto-iterazioni fluido/struttura fino a soddisfare le condizioni d'interfaccia alla tolleranza fissata; più robusto dell'esplicito a pari timestep, con costo superiore (più solve per passo). Heil and Hazel (2011)

Monolitico. Un unico sistema accoppiato (fluido+parete) risolto simultaneamente: massima robustezza (mitiga l'added-mass) a prezzo di implementazione/precondizionamento più complessi.

Suggerimenti pratici:

- **Added-mass**³: problema peggiore per pareti soffici/fluidi pesanti; preferire accoppiamento forte o monolitico quando necessario. Heil and Hazel (2011)
- **Time-stepping**: usare schemi almeno impliciti nel fluido (es. BDF2) e coerenti tra i due campi.
- **Monitoraggio**: oltre ai residui interni, controllare il salto di velocità/ trazione su Γ_{fs} in norme L^2/L^∞ .

³Inerzia del fluido trascinato dalla parete: equivale a una massa m_a che si somma a quella strutturale, $\omega^2 = k/(m_s + m_a)$. Può destabilizzare l'accoppiamento partitioned debole; rimedi: sotto-iterazioni/monolitico.

2.3.4 Grandi deformazioni e quasi-chiusura

Problemi tipici.

- **ALE/FEM** degrado della qualità della mesh vicino alla gola (skewness/angoli piccoli), possibile *tangling*, necessità di *remeshing*; gestione del contatto/auto-intersezione; sensibilità all'accoppiamento per pareti molto cedevoli.
- **IB / IB-LBM** interfaccia numerica *diffusa* (kernel regolarizzato): trazioni smussate, possibili *penetrazioni* (leakage) e piccoli errori di massa presso Γ_{fs} ; stima WSS più delicata.

Accorgimenti consigliati.

- **ALE/FEM**: legge di moto mesh (Laplaciana/iperelastica) con controllo di qualità; *remeshing* locale sotto soglia; vincoli/penalità per evitare interpenetrazioni in gola; accoppiamento *forte* o rilassamento adattivo (Aitken Δ^2) per mitigare l'*added-mass* (2.3.3).
- **IB / IB-LBM**: kernel 3/4-point e campionamento $\Delta s/h \approx 0.5-1$ per ridurre leakage; controllo di massa vicino a Γ_{fs} (errore relativo entrate/uscite $< 10^{-3}$ su finestra di media); affinamento locale in gola; per LBM, pareti curve con *bounce-back* interpolato.

Controlli numerici (checklist).

- **Massa**: bilancio su sottodominio attorno alla gola; target $< 10^{-3}$ relativo.
- **Qualità mesh** (ALE): soglie su skewness/angolo minimo; trigger di *remeshing*.
- **Interfaccia**: salto di velocità/ trazione su Γ_{fs} in norme L^2/L^∞ ; verifica WSS in gola.
- **Timestep**: studio di sensibilità di Δt in presenza di auto-oscillazioni.

Nota. L'effetto di *added-mass* è più severo quando la massa di fluido accoppiata domina quella strutturale (indicativamente $M^* = \rho_s t / (\rho_f D) \ll 1$); in questi casi è preferibile un accoppiamento *forte* o *monolitico* (2.3.3).

2.3.5 Condizioni al contorno e casi di riferimento

Per il *resistore di Starling* si adottano tipicamente le seguenti BC:

- **Monte (ingresso)**: *portata imposta* $Q(t)$ **oppure** *pressione* $p_{in}(t)$. Specificare il profilo iniziale (piatto vs sviluppato) e l'eventuale tratto rigido di ingresso.
- **Valle (uscita)**: *pressione* p_{out} (spesso costante). Per il fluido, outflow *traction-free/do-nothing* o *convettivo*; notare l'impatto su ricircoli a valle.
- **Parete esterna del tratto flessibile**: *pressione uniforme* p_{ext} .

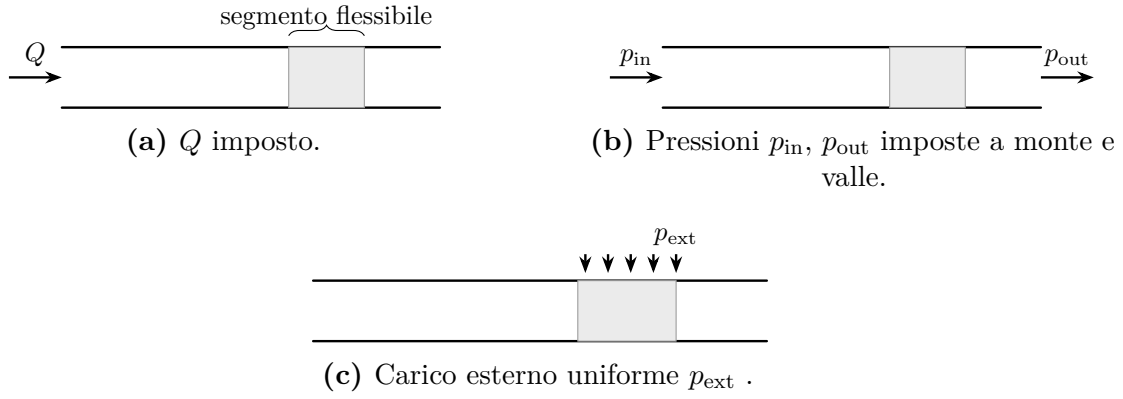


Figura 2.8: Configurazioni di carico: (i) portata imposta; (ii) pressioni a monte/valle p_{in} , p_{out} imposte; (iii) pressione esterna uniforme p_{ext} .

Le quantità di confronto più usate sono la curva $Q-\Delta p$ e la relazione *pressione-area* in corrispondenza della gola; in regime oscillante si riportano la frequenza f e lo Strouhal $St = fD/U$ ([sottosezione 2.2.2](#)).

Casi di riferimento (per la rassegna).

1. **Baseline rigida:** parete fissa, $Q-\Delta p$ di Poiseuille (calibra Re e perdite distribuite).
2. **Parete sottile con tube law** ([sottosezione 2.2.4](#)): Q o Δp imposti, p_{ext} costante; estrazione di A_{min} , X_s , WSS in gola.
3. **Forzante oscillante** (non stazionario): $Q(t) = Q_0 + Q_1 \sin(2\pi ft)$ oppure $p_{ext}(t) = p_0 + p_1 \sin(2\pi ft)$; si riporta St e si specifica il segnale usato per stimare f .

Osservazioni pratiche.

- **Reynolds in gola:** quando $Re_{gola} \gtrsim 500$ il getto a valle può perdere coerenza e può mostrare transizione verso uno stato turbolento locale, con effetti sulla dissipazione e WSS.

2.3.6 Convergenza, criteri e validazione

Criteri di arresto.

- **Solver:** arresto quando i residui non lineari scendono sotto 10^{-6} o quando le grandezze di interesse (ad es. Q , A_{min}) cambiano di meno dello 0,5% in tre passi consecutivi.
- **Interfaccia Γ_{fs} :** controllare che la velocità del fluido e quella della parete coincidano, e che le trazioni siano coerenti (ispezione grafici/valori sul confine).

Convergenza (versione pratica).

- **Spazio:** ripeti il caso su una *griglia più fine* (almeno il doppio degli elementi/celle nella zona critica). Se Q , A_{min} , X_s cambiano $< 5\%$, considera la soluzione *sufficientemente convergente*.

- **Tempo:** dimezza Δt e verifica che f (o St) cambi $< 5\%$; in stazionario controlla che Q vari $< 1\%$.

Conservazione di massa (check veloce).

- **Globale:** differenza tra flusso in ingresso e in uscita $< 10^{-3}$ (relativa) su una finestra di media.
- **Zona della gola:** per IB/IB-LBM controllare che non ci siano perdite numeriche evidenti vicino alla parete; per ALE/FEM verificare che la mesh resti di buona qualità (niente elementi molto distorti).

Validazione.

- **Baseline rigida:** confronto con Poiseuille ($\Delta p(Q)$, WSS di riferimento).
- **Tube law:** pendenza locale della curva *pressione-area* coerente con il modello scelto ([sottosezione 2.2.4](#)).
- **Studi chiave:** valori di A_{\min} , X_s/D , f/St in linea con gli intervalli riportati in letteratura (citando le fonti).

Cosa riportare.

- dimensione griglia e Δt usati (e la versione più fine/più piccola del test di convergenza);
- differenze percentuali osservate tra griglie e tra Δt (5%/1% come obiettivi tipici);
- esito del controllo massa (globale e, se pertinente, nella gola);
- riferimento ai casi di validazione usati (baseline rigida, confronto pressione-area, studio bibliografico di riferimento).

2.3.7 Scelta dell'approccio: pro e contro sintetici

Approccio FSI	Pro	Contro	Uso tipico	Citazioni
ALE/FEM (mesh conforme)	Interfaccia netta; carichi di parete accurati; controllo geometria.	Remeshing per grandi deformazioni; mesh critica vicino alla chiusura; costo elevato.	Validazioni controllate; studio di materiali/pareti spesse.	Heil (1997); Hazel and Heil (2003); Marzo et al. (2005)
IB / IB-LBM	Griglia fissa (no remeshing); robusto in quasi-chiusura; geometrie complesse.	Interfaccia diffusa; trazioni meno precise; attenzione a conservazione di massa/forze.	Collasso pronunciato; domini estesi; topologia variabile.	Rosar and Peskin (2001); Hao and Zhu (2010); Huang et al. (2022)
Accoppiamento monolitico	Massima stabilità dell'accoppiamento FSI; riduce l' <i>added-mass</i> .	Implementazione/precondizionamento complessi; costo elevato.	Problemi numericamente rigidi; benchmark metodologici.	Heil and Hazel (2011)

Tabella 2.2: Scelta dell'approccio numerico: pro e contro sintetici (solo aspetti metodologici).

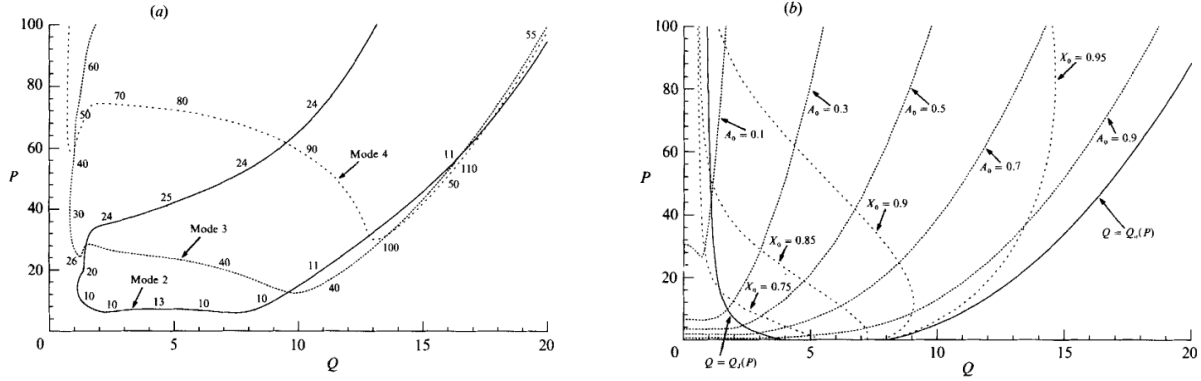
2.4 Metriche di confronto e validazione

Gli studi 3D vengono confrontati con *benchmark* sperimentali e modelli ridotti per valutarne attendibilità e limiti d'impiego. Le metriche più usate sono:

- **Curva $Q-\Delta p$:** crescita non lineare con eventuale plateau di *flow limitation*; la soglia e la pendenza locale dipendono da Re , dalla lunghezza del tratto flessibile e dalla *tube law* adottata (Conrad, 1969; Bertram and Elliott, 2003).
- **Curva pressione-area (in gola):** caratterizza la compliance e l'eventuale isteresi collasso/riapertura; utile per tarare i parametri strutturali in parete sottile/spessa (Bertram, 1987; Marzo et al., 2005).
- **Onset di oscillazioni:** regione parametrica (carichi a monte/valle, p_{ext}) in cui compaiono oscillazioni autoindotte; riferimenti in (Bertram et al., 1990; Bertram and Tscherry, 2006).
- **Frequenza delle oscillazioni:** confronto tramite frequenza f e numero di Strouhal $St = fD/U$, ricavati da serie temporali di portata, area della gola o pressione di parete (Grotberg and Jensen, 2004; Heil and Hazel, 2011).

Chiavi di lettura della figura 2.9. Nel piano (Q, P) del modello 1D di riferimento (Jensen and Pedley, 1989; Jensen, 1990) con Q portata media e P parametro di carico

(ad es. pressione trasmurale normalizzata alla rigidezza, $P = p_{tm}/K_A$) le *curve di neutralità* (figura 2.9a) separano regioni stabili/instabili: all'interno la soluzione stazionaria è instabile (onset), all'esterno è stabile; lungo le curve sono indicate le frequenze previste. La mappa figura 2.9b riporta i *contorni* dell'area minima in gola A_{min} e della posizione di separazione X_s , insieme alle curve $Q = Q_j(P)$ e $Q = Q_a(P)$ che distinguono soluzioni a *getto* da soluzioni più *attaccate*.



(a) Curve di neutralità (mode 2-4) con frequenze.

(b) Contorni (Q, P) di A_{min} , X_s , e curve $Q = Q_j(P)$, $Q = Q_a(P)$.

Figura 2.9: Riferimento 1D/teorico per stabilità e parametri nel piano (Q, P) .
Adattato da Jensen (1990).

Linee guida per il confronto numerico-sperimentale.

- *Onset*: colloca ogni simulazione nel piano (Q, P) e verifica la distanza dalle curve di neutralità in figura 2.9a; confronta la frequenza misurata con quella indicata lungo la curva.
- *Geometria di gola/separazione*: confronta A_{min} e X_s ottenuti numericamente con i contorni in figura 2.9b (nota se sono normalizzati, es. A_{min}/A_0 , X_s/D).
- *Curve globali*: riporta $Q-\Delta p$ e la relazione pressione-area (in gola) come medie stazionarie o medie su periodo; indica chiaramente la soglia di *flow limitation* e, se presente, l'isteresi.
- *Frequenza*: stima f da $Q(t)$, $A_{gola}(t)$ o $p_{parete}(t)$ (FFT o zero-crossing) e confronta lo Strouhal $St = fD/U$ tra casi.

Capitolo 3

Analisi dei risultati dalla letteratura

In questo capitolo sintetizziamo i risultati chiave delle simulazioni 3D di tubi collassabili, distinguendo tra pareti sottili (guscio/membrana) e pareti spesse (solido 3D). L'attenzione è rivolta sia alla descrizione dei fenomeni fluidodinamici osservati, sia alle differenze introdotte dalla geometria e dalla natura della parete, con l'obiettivo di evidenziare vantaggi e limiti dei diversi approcci numerici.

3.1 Simulazioni 3D con pareti sottili

In questa sezione si raccolgono e si confrontano risultati rappresentativi ottenuti con modelli 3D a *parete sottile* (guscio/membrana) accoppiati al fluido. Si enfatizzano: (i) la morfologia del *collasso* e la struttura in *gola*; (ii) le caratteristiche del campo di moto (getti, ricircoli, trasporto azimutale di quantità di moto); (iii) la presenza di *limitazioni* (flow/pressure-drop limitation) nelle curve globali $Q-\Delta p$; (iv) l'*onset* e l'evoluzione di *oscillazioni autoindotte*. L'interpretazione segue le *metriche* introdotte in [sezione 2.4](#): curva $Q-\Delta p$, relazione pressione-area in gola, classificazione degli stati di flusso e distribuzioni di *wall shear stress* (WSS).

3.1.1 Heil (1997): baseline 3D in regime viscoso (Stokes)

Obiettivi Costruire un modello FSI 3D *autoconsistente* a bassi Reynolds (Stokes) per un tratto elastico sottile tra porzioni rigide (Starling resistor), descrivendo collasso non assial-simmetrico, campi di moto e *caratteristiche globali* (curve $Q-\Delta p$) sotto diversi protocolli sperimentali; confrontare con *lubrication theory*¹ e con misure ([Heil, 1997](#)).

Modello e scelte numeriche FSI 3D *stazionario*: equazioni di **Stokes** nel fluido e guscio cilindrico **Kirchhoff-Love** geometricamente nonlineare per la parete; discretizzazione FEM con *interfaccia conforme* e mesh fluida aggiornata ad ogni configurazione; studio parametrico su protocolli di carico (p_{tm} a monte/valle, Δp) ([Heil, 1997](#)).

Risultati principali

¹Approssimazione a film sottile ($h \ll L$, pendenze piccole): pressione quasi uniforme sullo spessore, profilo parabolico e legge cubica $Q = -\frac{h^3}{12\mu} \partial_x p$. Valida in gole strette e regime viscoso; degrada con grandi pendenze, inerzia o separazione.

- **Collasso non assialsimmetrico** con apertura in *due lobi* e gola ben definita; campo trasverso e pressione tridimensionale coerenti con la morfologia del buckling.
- **Distribuzione di pressione:** nel 20% più collassato della lunghezza cade circa l'80% di Δp totale (dominanza della gola) (Heil, 1997).
- **Confronto con lubrication:** ottimo accordo nella regione di gola e buona predizione globale; la lubrication sottostima Δp di $\sim 3.6\%$ per contributi trasversi fuori dalla gola (Heil, 1997).
- **Snap-through e protocolli:** con controllo su $p_{tm}(\text{dn})$ emerge un *salto* tra curva pre- e post-buckling; con $q = \text{const.}$ e variazione di Δp , il salto può non comparire nelle caratteristiche teoriche (Heil, 1997).
- **Curve caratteristiche:** sono riportate per quattro set-up sperimentali (scansioni in q , Δp , $p_{tm}(\text{up})$, $p_{tm}(\text{dn})$) (Heil, 1997).

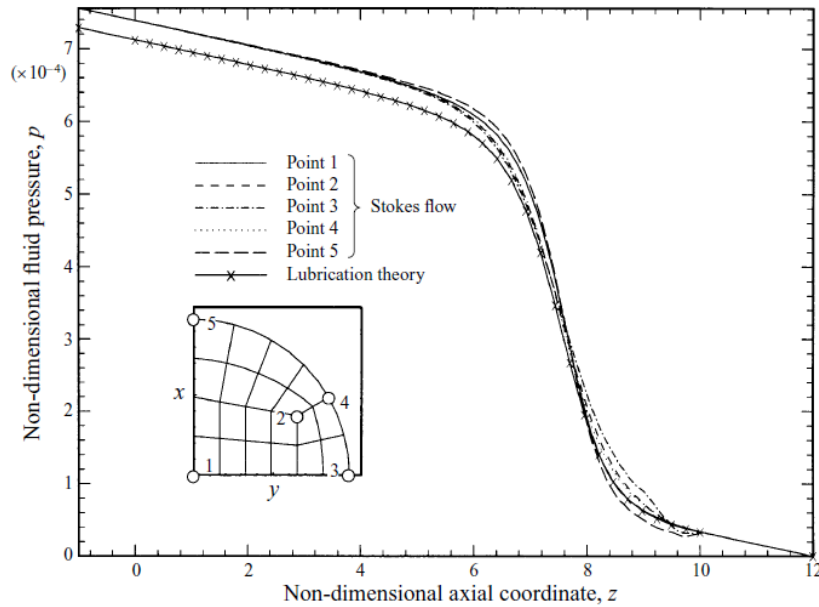


Figura 3.1: Distribuzione di pressione lungo diverse linee assiali: evidenza della caduta localizzata in gola e confronto *Stokes* vs *lubrication* ($\sim 3.6\%$ di scarto globale). Adattato da Heil (1997).

3.1.2 Hazel and Heil (2003): flussi stazionari a Re finiti

Obiettivi Quantificare l'effetto dell'**inerzia** sulla morfologia del collasso e sul campo di moto in 3D, descrivendo la nascita dei **due getti** a valle della gola, il **trasporto azimutale** di quantità di moto e le firme nelle grandezze globali (Hazel and Heil, 2003).

Modello e scelte numeriche FSI 3D *stazionario*: **Navier-Stokes** accoppiato a guscio **Kirchhoff-Love**; dominio ridotto a **un quarto** con *simmetrie imposte* nei piani $x_1=0$, $x_2=0$ (gli *stati asimmetrici* sono esclusi per costruzione) (Hazel and Heil, 2003).

Risultati principali

- **Due getti persistenti** a valle della gola, che per $Re \uparrow (\approx 64 \rightarrow 191 \rightarrow 350)$ *impattano* le pareti laterali e si *redistribuiscono azimutalmente*: profili della velocità assiale *a forma di Ω* all'ingresso del tratto rigido e transizione a profili *ad anello (O)* più a valle.
- **Moto inverso e separazione** crescono con Re e collasso; le linee di *skin friction* e le *linee di corrente trasversali* mappano i punti di separazione/riattacco e la struttura secondaria.
- **Sviluppo longitudinale**: a $Re=350$ il profilo resta non-Poiseuille fino a $x_3=20$ con velocità di centro $\sim 20\text{-}30\%$ sotto il valore parabolico; i getti persistono per lunghezze significative.
- **Implicazioni modellistiche**: in questo regime *altamente 3D*, modelli 2D/1D non colgono la topologia (doppi getti, profili ad anello, trasporto azimutale).

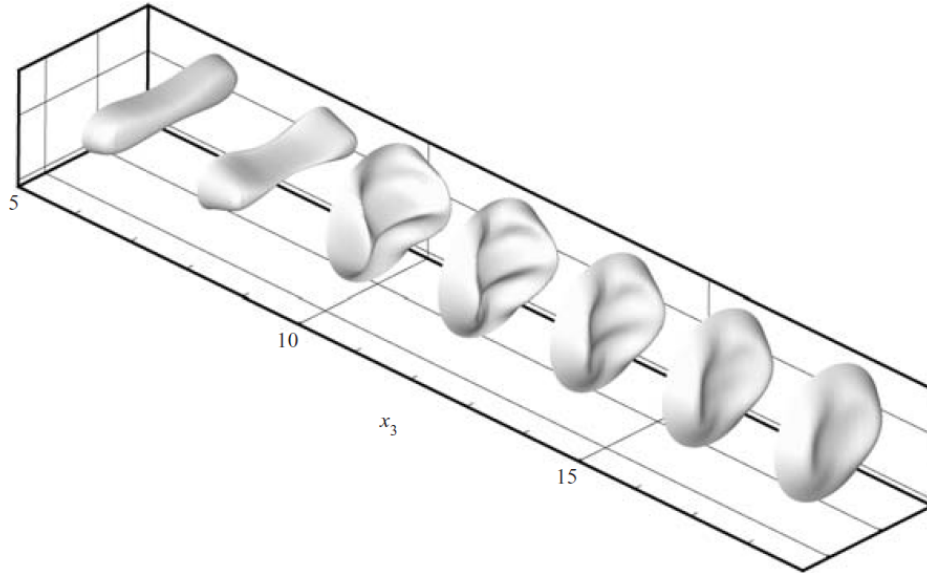


Figura 3.2: Profili 3D della velocità assiale a sezioni crescenti ($x_3 = 6..18$) per $H=10^4$, $Re=350$: transizione $\Omega \rightarrow O$ per trasporto azimutale di quantità di moto. Adattato da [Hazel and Heil \(2003\)](#).

Nota metodologica Le *rottture di simmetria* verso stati asimmetrici (p.es. getto singolo) non sono indagate: il *quarter model* impone simmetria e ne preclude l'emergenza ([Hazel and Heil, 2003](#)).

3.1.3 Heil and Boyle (2010): onset e oscillazioni autoindotte 3D

Obiettivi Simulare in 3D l'**insorgenza** e l'evoluzione di **oscillazioni autoindotte** in tubi a parete sottile con condizioni che favoriscono l'instabilità di [Jensen and Heil \(2003\)](#): seguire la crescita fino al *grande regime d'ampiezza*, valutando *frequenze, ampiezze e soglie critiche* ([Heil and Boyle, 2010](#)).

Modello e scelte numeriche FSI 3D *time-accurate* con mesh conforme (oomph-lib); parametro materiale $H=\rho a^2 K/\mu^2$ mantenuto fisso in scansioni di Re ; discretizzazione di un *quarto di dominio* (simmetrie). Si estraggono periodo T , numero di Strouhal $St=fD/U$ e Re_{crit} tramite fit (Levenberg-Marquardt) (Heil and Boyle, 2010).

Risultati principali

- **Onset e dipendenza dalla lunghezza:** tubi *corti* tendono al ripristino verso uno stato quasi assialsimmetrico con *decadimento* dell'oscillazione o al collasso catastrofico; tubi *più lunghi* sviluppano *limiti ciclici stabili* di grande ampiezza.
- **Scaling** coerenti con la teoria energetica: $T \sim Re/\sqrt{H}$ (equiv. $St^{-1} \sim Re/\sqrt{H}$) e $Re_{crit} \sim H^{1/4}$; verifica numerica su insiemi di H con stima di T e del tasso di crescita λ (Heil and Boyle, 2010).
- **Struttura dei moti:** nelle fasi iniziali emergono *onde di pressione* quasi assialsimmetriche nelle tratte rigide; nel tubo a monte i *profili di perturbazione* mostrano core quasi uniforme e *strati di Stokes* di spessore compatibile con $\delta_{Womersley} \simeq 1/\alpha$ e $\alpha^2 = Re St$.

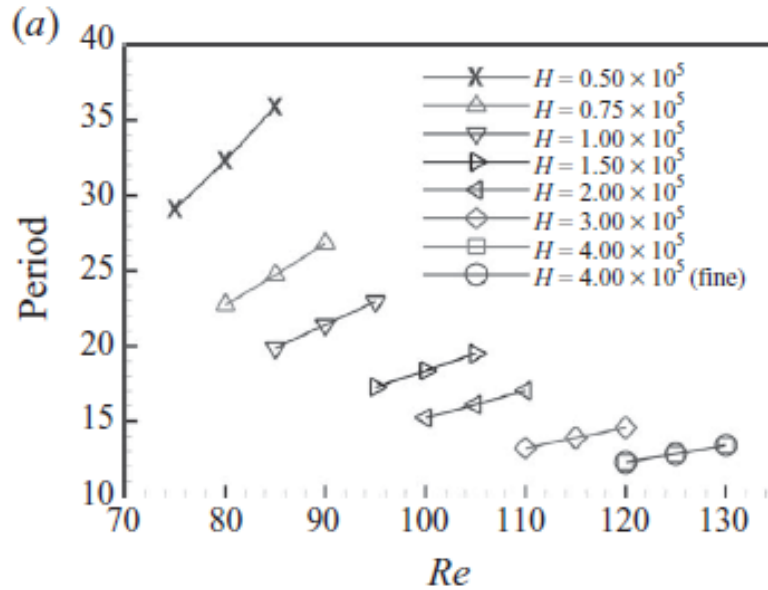


Figura 3.3: Periodo T vs Re per diversi H : trend $\propto Re/\sqrt{H}$ in accordo con le stime teoriche. Adattato da Heil and Boyle (2010).

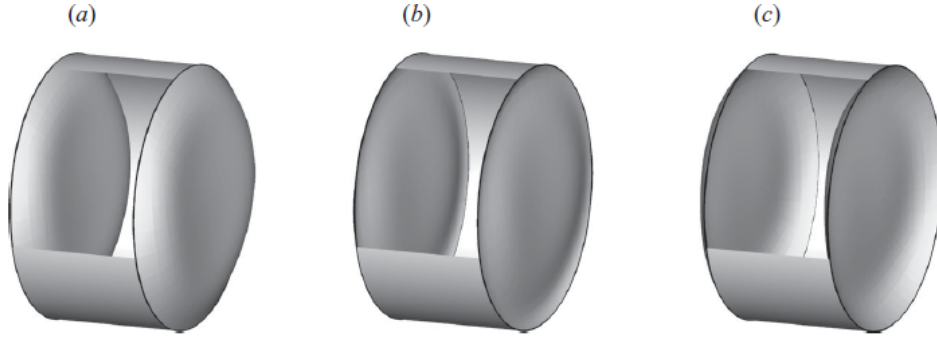


Figura 3.4: Profili di u_3 perturbato nel tubo rigido a monte: core quasi piatto e strati di Stokes coerenti con $\alpha^2 = Re St$. Adattato da [Heil and Boyle \(2010\)](#).

Messaggi chiave

1. *Baseline viscoso 3D* ([Heil 1997](#)): collasso non assialsimmetrico, Δp dominata dalla gola, *curve caratteristiche* robuste e buon accordo con la lubrication in media.
2. *Re finiti* ([Hazel and Heil 2003](#)): comparsa di *due getti* con trasporto azimutale e profili $\Omega \rightarrow O$; crescita del moto inverso; topologia intrinsecamente 3D.
3. *Dinamica autoindotta* ([Heil and Boyle 2010](#)): soglia e frequenze scalano con H ; il *layout* geometrico (lunghezza del tratto flessibile) seleziona decadimento vs limite ciclico.

3.2 Simulazioni 3D con pareti spesse

In questa sezione si considerano simulazioni FSI 3D in cui la parete non è approssimata come guscio/membrana, ma come *solido tridimensionale* (elastico o iperelastico). L'interesse è capire come *spessore reale* e *legge costitutiva* influenzino la forma della *gola*, la presenza di separazione e ricircoli, e le principali *metriche* (curva $Q - \Delta p$ e relazione pressione–area), in continuità con quanto discusso per le pareti sottili ([sezione 3.1](#)).

3.2.1 Marzo et al. (2005): collasso e flusso stazionario con parete spessa

Obiettivi Si intende costruire un modello FSI 3D per tubi a *parete spessa* e quantificare quanto lo spessore modifichi: (i) morfologia della gola e posizione del minimo; (ii) struttura del flusso (separazione, getti, moti secondari); (iii) relazione pressione–area, verificando coerenza sia con modelli a parete sottile sia con dati sperimentali su tubi spessi ([Marzo et al., 2005](#); [Bertram, 1987](#); [Hazel and Heil, 2003](#)).

Modello e scelte numeriche Si adotta una formulazione ALE/FEM con accoppiamento fluido–struttura *staggered* (FIDAP): fluido Newtoniano incomprimibile (Navier–Stokes) e parete modellata come *solido 3D* elastico quasi incomprimibile. L'interfaccia è *conforme*. Per contenere i costi si sfruttano piani di simmetria (dominio a un quarto). Il set-up è quello del *resistore di Starling*; per il confronto con le pareti sottili si considerano gradi di collasso equivalenti e si replicano, ove possibile, le condizioni dei dati sperimentali ([Bertram, 1987](#)). Sono riportati test di griglia e verifiche contro [Hazel and Heil \(2003\)](#).

Risultati principali

1. **Forma del collasso e posizione della gola.** A parità di grado di collasso, l'incremento di spessore sposta *a monte* il punto di massima costrizione e smorza ondulazioni secondarie a valle tipiche del caso a parete sottile; la sezione minima risulta più arrotondata.
2. **Flusso e separazione.** Per Re moderati il tubo a parete spessa tende a rimanere *attaccato* (assenza di separazione a valle), mentre quello a parete sottile mostra ricircoli. A Re più elevati compaiono i *due getti* in entrambi i casi, ma la struttura secondaria *a quattro vortici* è marcata soprattutto nel sottile.
3. **Sensibilità allo spessore.** Per ottenere lo stesso grado di collasso occorre una pressione esterna maggiore nel caso spesso; i due getti tendono a riunirsi più rapidamente e la scia risulta più corta rispetto al caso sottile.
4. **Pressione–area e validazione.** Le curve calcolate per tubi spessi riproducono l'andamento misurato; *dopo il buckling* si osserva che il tubo *più spesso* può risultare *più cedevole* del più sottile in un certo intervallo (pendenza dp_{tm}/dA minore) con conseguente *wavespeed* più bassa (Marzo et al., 2005; Bertram, 1987).

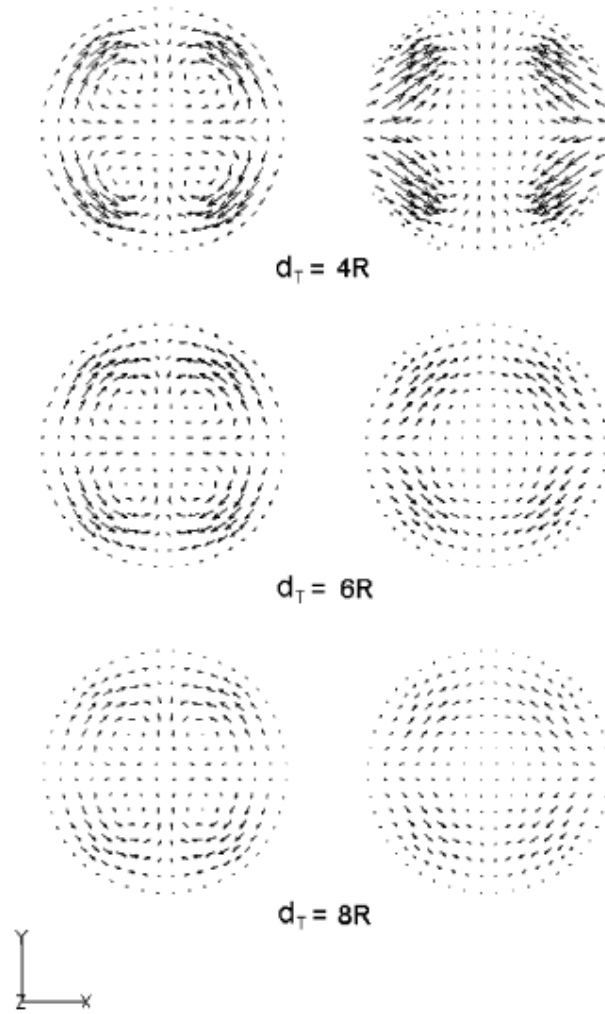


Figura 3.5: Topologia del flusso su sezioni trasversali: nei tubi a parete sottile (sinistra) compaiono quattro vortici ben marcati; nella parete spessa (destra) la struttura secondaria è attenuata. Adattato da [Marzo et al. \(2005\)](#).

Lettura nelle metriche La curva $Q-\Delta p$ rimane *sublineare* ma mostra un *plateau* meno marcato (flow limitation attenuata) rispetto alla parete sottile; la relazione pressione–area in gola evidenzia, a parità di carico, una *compliance effettiva* inferiore, fatta eccezione per l’intervallo post-buckling in cui il tubo più spesso può presentare maggiore cedevolezza. [Figura 2.5b](#)

Messaggio chiave Lo *spessore* modifica dove e come il tubo collassa e ridisegna la topologia del flusso ai Re moderati; ai Re elevati i due getti compaiono in entrambi i casi, ma i moti secondari sono meno pronunciati con parete spessa. Le curve pressione–area sono coerenti con i dati su tubi reali e spiegano differenze nella *wavespeed*.

3.2.2 Zhang et al. (2018): iperelasticità, modalità di collasso e rami multipli

Obiettivi Si esplora come una *legge costitutiva iperelastica* (Neo–Hooke, Mooney–Rivlin, Gent) influenzi il collasso sotto *pressione esterna* e i corrispondenti schemi di flusso tridimensionali, con attenzione a: (i) differenze tra modelli a piccoli vs grandi strain; (ii) strutture di flusso in collasso *mode-3* e in *modalità miste*; (iii) localizzazione della *dissipazione* energetica; (iv) presenza di *biforcazioni* e *rami multipli* al variare di Re ([Zhang et al., 2018](#)).

Modello e scelte numeriche Si utilizza un solutore FSI 3D *monolitico* in ALE con mesh adattiva; la parete è iperelastica e (quasi) incomprimibile. Il sistema è *flux-driven* con pressione esterna applicata sulla sezione flessibile; si inducono *mode-2* e *mode-3* per analizzare le topologie di collasso. La procedura è verificata rispetto a solutori commerciali (ANSYS/FLUENT) e a casi di letteratura.

Risultati principali

1. **Ruolo della costitutiva.** A *piccoli strain* i modelli Neo–Hooke, Mooney–Rivlin e Gent forniscono esiti simili; a *grandi strain* emergono differenze per via dell’*irrigidimento* (Gent), che tende a stabilizzare la gola e a modificare localmente la pressione.
2. **Struttura del flusso in mode-3.** Il trasporto trasverso convoglia fluido verso il centro formando un *sink* che alimenta un *getto assiale* unico; la *dissipazione viscosa* si concentra negli strati di parete in gola e lungo le *separatrici* dei ricircoli, più che *dentro* le zone di separazione.
3. **Modalità miste e sensibilità.** In tubi più *morbidi/sottili* compaiono *mixed modes* con pattern trasversi distinti rispetto al mode-2 o al mode-3 puro ²; la legge costitutiva a grandi strain influisce su estensione della gola e distribuzione dei ricircoli.
4. **Biforcazioni e rami multipli.** I diagrammi $Re-\Delta p^*$ presentano *soluzioni multiple* in intervalli di Re ; i rami hanno punti di riattacco e topologie diverse (mode-2 vs mode-3), indicando che la risposta non è sempre univoca.

²In questa tesi, con *mode-2/mode-3* si indicano le modalità principali di buckling della sezione trasversa del tratto flessibile, caratterizzate rispettivamente da due e tre lobi (ovalizzazione bilobata e collasso trilobato). La nomenclatura segue [Zhang et al. \(2018\)](#).

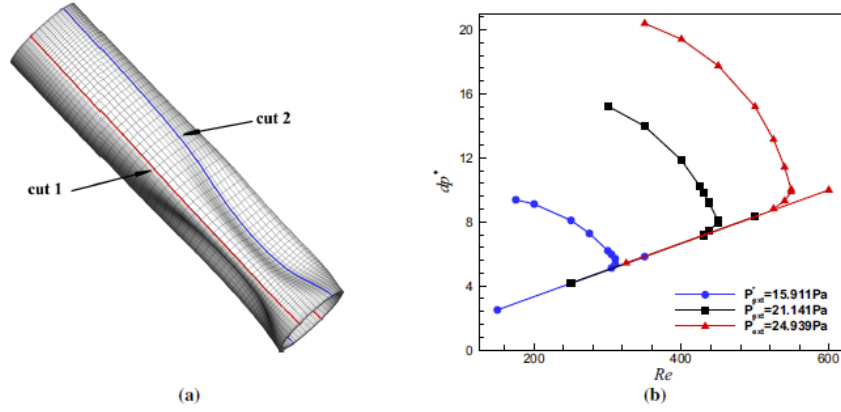


Figura 3.6: Diagrammi $Re-\Delta p^*$ per il mode-3: presenza di rami multipli (soluzioni stazionarie diverse) con punti di riattacco e topologie di flusso differenti. Adattato da Zhang et al. (2018).

Lettura nelle metriche La *caduta di pressione* riflette la non-univocità (rami multipli) e la modalità di collasso. La relazione pressione–area risente della costitutiva soprattutto a grandi strain (hardening): la pendenza locale aumenta e la gola si stabilizza, con effetti sulla distribuzione di WSS e sulle soglie dinamiche.

Messaggio chiave L'*iperelasticità* non incide solo sull'entità del collasso ma anche sulla *topologia* del flusso e sulla *struttura energetica* (dove si dissipa): in certi regimi compaiono *rami multipli* in $Re-\Delta p^*$, e la stabilità locale della gola dipende dal modello a grandi deformazioni.

In sintesi (spesse vs sottili) Le pareti *spesse* restituiscono collassi generalmente meno profondi e scie più corte ai Re moderati; ai Re elevati compaiono i due getti in entrambi i casi, ma i moti secondari restano meno pronunciati con parete spessa. Sulle metriche globali, $Q - \Delta p$ resta *sublineare* con un *plateau* meno marcato; la relazione pressione–area è coerente con i dati di tubi reali e risente in modo sensibile della legge costitutiva quando gli strain diventano grandi.

3.3 Simulazioni 3D a griglia fissa (IB / IB–LBM)

In questa sezione si considerano approcci 3D a **griglia fissa** in cui la parete è una entità *lagrangiana* immersa in un fluido risolto su griglia *euleriana*. Lo scambio tra i due domini avviene distribuendo forze con una *delta discreta regolarizzata*³ (kernel), così da evitare *remeshing* anche con grandi deformazioni e quasi-chiusura della sezione. Rientrano in questo quadro il *metodo dell'interfaccia immersa* (IB) e le varianti *IB–LBM* in cui il fluido è risolto con il *Lattice Boltzmann Method*

³Per *delta discreta regolarizzata* si intende un piccolo *kernel* numerico (ad es. a 3 o 4 punti) che spalma le forze/velocità tra nodi lagrangiani e celle della griglia, riducendo oscillazioni ma rendendo l'interfaccia numericamente *diffusa*. Cfr. Peskin (2002).

3.3.1 Rosar and Peskin (2001): prova di fattibilità IB 3D

Obiettivi Mostrare che *collasso locale*, formazione della *gola* e ricircoli a valle si possono simulare in 3D con una parete elastica immersa su griglia fissa, senza dover muovere la mesh del fluido (Rosar and Peskin, 2001).

Modello e scelte numeriche Parete come *rete di fibre elastiche* idealizzate (longitudinali e circonferenziali) in rappresentazione lagrangiana; fluido incomprimibile su griglia cartesiana; accoppiamento IB classico con kernel regolarizzato; integrazione esplicita con controllo del rapporto $\Delta s/h$ (passo lagrangiano/euleriano).

Risultati principali

- **Collasso localizzato e gola.** Il collasso si concentra verso l'estremità a valle del tratto flessibile, con formazione di una *gola* ben definita; il rigonfiamento a monte (*bulge*) è chiaramente visibile.
- **Quasi-chiusura robusta.** La geometria evolve fino a sezioni molto ridotte senza degradare la soluzione del fluido e senza necessità di *remeshing*.
- **Configurazioni multiple.** In funzione della rigidità longitudinale possono comparire *più regioni di collasso* separate da tratti aperti; localmente è osservabile una parziale inversione della parete.
- **Selezione della simmetria.** Anche partendo da condizioni iniziali non assialsimmetriche, l'evoluzione porta a un collasso complessivamente *assialsimmetrico* nelle condizioni considerate.
- **Campo di moto.** In corrispondenza della gola si instaura un *getto assiale* con *ricircoli deboli* a valle; nelle tratte rigide il profilo resta vicino a quello di Poiseuille.

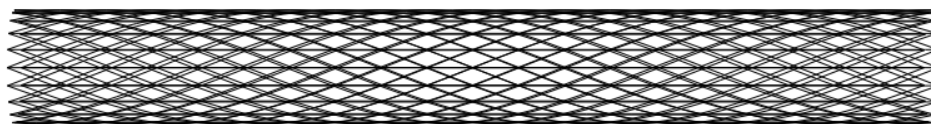


Figura 3.7: Schema IB 3D del tubo elastico immerso: parete modellata come rete di fibre lagrangiane accoppiate al fluido su griglia euleriana tramite delta discreta regolarizzata. Adattato da Rosar and Peskin (2001).

Lettura nelle metriche *Curva $Q-\Delta p$* : tendenza *sublineare* al crescere del collasso (flow limitation). *Pressione-area (in gola)*: aumentata cedevolezza apparente vicino alla quasi-chiusura. *WSS*: picchi attenuati per l'interfaccia numerica diffusa (campionare a distanza definita dalla parete IB).

3.3.2 Peskin (2002): cornice metodologica IB

Obiettivi Inquadrare i *fondamenti* del metodo IB: formulazione Euleriano-Lagrangiana, *delta* regolarizzata, scambio forze/velocità, stabilità e costi (Peskin, 2002).

Modello e scelte numeriche Presentazione del formalismo continuo e discreto; criteri per scegliere il kernel (es. 4-point), il rapporto $\Delta s/h \approx 0.5-1$ e il trattamento della non-slip su interfaccia diffusa.

Risultati principali

- **Coerenza energetica.** Usando lo stesso kernel per *spreading* e *interpolation* gli operatori sono aggiunti e vale un'identità energetica discreta: ciò stabilizza l'accoppiamento fluido-struttura nelle simulazioni lunghe.
- **Interfaccia diffusa: effetti pratici.** La parete è numericamente spessa su poche celle: le grandezze *globali* (portata, Δp) si riproducono bene; per *quantità locali* (WSS) conviene campionare a distanza $O(h)$ dalla parete IB o raffinare in gola.
- **Scelte numeriche chiave.** Kernel regolarizzato a 4 punti e rapporto $\Delta s/h \approx 0.5-1$ riducono leakage e penetrazione delle streamlines mantenendo contenuto lo smoothing.
- **Avanzamento nel tempo e costi.** Schemi *espliciti* sono semplici e robusti; varianti *semi/impliciti* irrigidiscono il vincolo di nonslip e permettono passi più ampi a grandi deformazioni. L'assenza di *remeshing* è un vantaggio in quasichiusura.

3.3.3 Hao and Zhu (2010): accoppiamento implicito IB-LBM

Obiettivi Migliorare la *stabilità* dell'accoppiamento in presenza di *ampie deformazioni* e pareti soffici, mitigando gli effetti di *added mass* e permettendo time-step più ampi a pari accuratezza (Hao and Zhu, 2010).

Modello e scelte numeriche Fluido con LBM; parete lagrangiana IB con *feedback implicito* della forza all'interfaccia (vincolo di non-slip più saldo). Condizioni *bounce-back* (anche interpolate) su pareti curve; controllo di massa su finestre temporali.

Risultati principali

- **Accoppiamento più saldo e stabile.** Il feedback *implicito* irrigidisce il vincolo di nonslip, riduce l'*addedmass effect* e smorza le oscillazioni numeriche all'interfaccia, permettendo *time-step* più ampi a parità di accuratezza.
- **Quasi-chiusura robusta.** La soluzione resta stabile anche per $A_{\min} \downarrow$ senza necessità di *remeshing*; le grandezze globali (curve $Q-\Delta p$, cicli pressionearea) risultano in buon accordo con schemi ALE/FEM.
- **Costo favorevole in 3D.** Su domini estesi l'uso di griglia cartesiana e accoppiamento locale mantiene il costo competitivo; persiste però l'interfaccia numericamente *diffusa*, per cui la stima di WSS va campionata con criterio.

Lettura nelle metriche *Curva $Q-\Delta p$* : sublinearità e *flow limitation* riprodotte. *Pressione-area*: cicli coerenti in quasi-chiusura. *WSS*: picchi smussati rispetto a interfaccia conforme; dipendenza da risoluzione e kernel.

3.3.4 Huang et al. (2022): accuratezza locale e leakage in IB-LBM

Obiettivi Quantificare *streamline penetration* (leakage) ed *errori di velocità* vicino all'interfaccia nei feedback IB-LBM, e proporre *strategie pratiche* di mitigazione (Huang et al., 2022).

Modello e scelte numeriche Fluido LBM D3Q19 con collisione MRT⁴; struttura FEM (elasticità lineare). Tre implementazioni di interfaccia (one-shot, con predizione, *iterativa*); kernel a 4 punti; studio dell'effetto di $\Delta s/h$ e del posizionamento della parete rispetto alla griglia.

Risultati principali

- **Errori locali all'interfaccia.** Con kernel diffusi e rapporto di campionamento $\Delta s/h$ non ottimale compaiono *slip* e *streamline penetration*; l'impatto è modesto nei casi esterni, mentre nei flussi interni può alterare *pressione* e *WSS* in modo significativo.
- **Accoppiamento iterativo/implicito.** L'impiego di uno *step di prediction* e, soprattutto, dell'IB *iterativo* riduce drasticamente *leakage* ed errore di velocità, elimina la penetrazione delle linee di corrente e migliora i bilanci di massa/forza; consente inoltre passi temporali più ampi a parità di accuratezza.
- **Benchmark interni (stenosi, canale/tubo collassabile).** La robustezza in *quasi-chiusura* è confermata; le grandezze *globali* migliorano con l'accoppiamento iterativo e con risoluzione adeguata in *gola*; nel tubo 3D la *forma di parete* e il *campo di pressione* concordano con soluzioni ALE/FEM.

Lettura nelle metriche *Curva* ($Q, \Delta p$): pendenza locale sensibile alla risoluzione in gola. *Pressione-area*: preferibili medie su cicli completi. *WSS*: indicare criterio di campionamento e distanza dalla parete numerica.

3.3.5 Huang et al. (2024): oscillazioni autoindotte 3D con IB-LBM

Obiettivi Documentare in 3D l'*insorgenza* e l'evoluzione di *oscillazioni autoindotte* in tubi collassabili a parete sottile con schema IB-LBM, collegando onset, ampiezza e frequenza al *distacco vorticoso* a valle della *gola* in regimi laminari e turbolenti.

Modello e scelte numeriche LBM D3Q19 con collisione MRT e modello LES di Smagorinsky; vincolo di non-slip imposto con *immersed boundary* a kernel discreto 4-point (feedback esplicito). Parete elastica con FEM esplicito (esaedri C3D20R, grandi spostamenti, materiale quasi incompressibile). Simulazione del *dominio completo* (non il solo quarto); stima delle frequenze da serie temporali di $Q(t)$, $p(t)$ e spostamenti di parete; uso del numero di Strouhal $St = fD/U_0$.

⁴MRT = Multiple-Relaxation-Time, schema di collisione LBM più stabile del BGK a singolo tempo di rilassamento.

Risultati principali

- **Regime laminare** ($Re = 100-200$). Stato stazionario fino a $Re \approx 160$; a $Re = 180$ compaiono piccole oscillazioni smorzate; a $Re = 200$ si osservano *oscillazioni autoindotte a piccola ampiezza* di tipo *quasi-periodico* con fondamentale f_1 (armonica $2f_1$) nelle PSD⁵ e traiettorie a *torus* in spazio di fase. Il meccanismo è il *vortex shedding* a valle della gola.
- **Morfologia strutturale**. In laminare si rilevano zone di *ispessimento locale* verso l'estremità a valle del tratto elastico, indice di concentrazioni di sforzo in compressione.
- **Regime turbolento** ($Re = 1000$). *Oscillazioni di grande ampiezza* con *biforcazione del flusso* a valle: i *due getti* generati dalla gola *si fondono* più a valle, introducendo *oscillazioni secondarie* nelle serie di $p(t)$ e $u_3(t)$; gli spettri mostrano f_1 , $2f_1$ e pendenza $-5/3$ coerente con LES⁶.
- **Strutture 3D del flusso**. Il criterio Q evidenzia scie e strutture coerenti: la sezione bilobata in gola genera *due getti assiali* persistenti che alimentano il ciclo parete-getto; la loro interazione organizza la dinamica anche in turbolento.

Lettura nelle metriche In regime oscillante compaiono *cicli chiusi* nelle proiezioni $(Q, \Delta p)$ e $(A, \Delta p)$; le frequenze si leggono da PSD e St ; i picchi di WSS risultano più smussati che con interfacce conformi ma seguono la dinamica collasso/riapertura in gola.

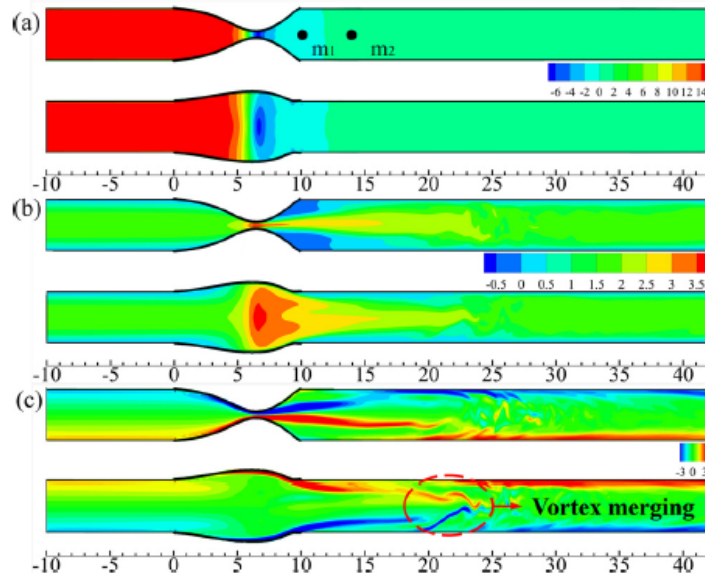


Figura 3.8: Campi di pressione, velocità e vorticità ai piani di simmetria alla massima costrizione: getti gemelli e regione di riapertura. Adattato da Huang et al. (2024).

⁵Densità spettrale di potenza (Power Spectral Density): stima via FFT (p.es. metodo di Welch) dell'energia del segnale per frequenza; il picco principale identifica la fondamentale f_1 e le armoniche.

⁶Large Eddy Simulation: risolve i grandi vortici e modella le scale sottogriglia (SGS), spesso con Smagorinsky: $\nu_t = (C_s \Delta)^2 |S|$, $|S| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, Δ pari al passo di griglia (o radice cubica del volume di cella). Consente analisi non stazionarie a Re elevati con costo inferiore alla DNS.

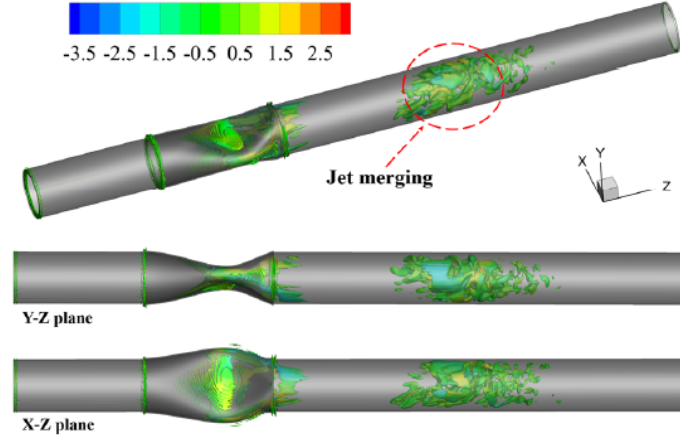


Figura 3.9: Criterio Q : strutture vorticali 3D e traiettorie dei getti; interazione/merge a valle. Adattato da [Huang et al. \(2024\)](#).

Messaggi chiave (IB / IB-LBM) Gli schemi a griglia fissa offrono **robustezza** con collassi pronunciati e **costi favorevoli** su domini 3D estesi, evitando remeshing. Il prezzo è un'interfaccia **meno nitida**: *conservazione di massa, scelta del kernel e $\Delta s/h$* diventano parametri di progetto. Per *metriche globali* (curve $Q-\Delta p$, onset/frequenze) risultano efficaci; per *carichi locali* (WSS) restano preferibili interfacce conformi ([sezione 3.1](#), [sezione 3.2](#)).

Nota pratica Per ridurre *leakage* vicino alla quasi-chiusura: kernel a 3/4 punti, $\Delta s/h \approx 0.5-1$, accoppiamento iterativo/implicito all'interfaccia e controllo di massa/forza su finestre temporali; per la WSS, specificare la distanza del campionamento dalla parete numerica IB.

Capitolo 4

Discussione dei risultati

4.1 Sintesi comparativa e scelte modellistiche

I risultati discussi nelle sezioni precedenti ([sezioni 2.4 e 3.1 to 3.3](#)) mostrano che non esiste un metodo universale: la scelta del modello 3D dipende dall'obiettivo fisico (carichi di parete accurati vs robustezza in quasi-chiusura), dal regime (stazionario vs oscillante) e dalla natura della parete (sottile vs spessa).

Approccio	Parete	Punti di forza	Criticità	Riferimenti
ALE/FEM (mesh conforme)	Sottile (gu- scio/membrana)	Interfaccia netta; carichi di parete accurati; famiglie di stati (getto singolo/doppio), onset in 3D	<i>Remeshing</i> con grandi deformazioni; stabilità critica con pareti molto soffici (massa aggiunta, <i>added-mass</i>)	(Heil, 1997 ; Hazel and Heil, 2003 ; Heil and Boyle, 2010)
ALE/FEM (mesh conforme)	Spessa (solido 3D)	Sforzi nello spessore; relazione pressione-area coerente con esperimenti	Costo computazionale maggiore; calibrazione del materiale	(Marzo et al., 2005 ; Zhang et al., 2018)
IB / IB-LBM (griglia fissa)	Immersa (rete lagrangiana)	Robusto con grandi deformazioni e quasi-chiusura; nessun <i>remeshing</i>	Interfaccia meno nitida; smoothing vicino alla parete; attenzione a conservazione di massa/forze e stima WSS	(Rosar and Peskin, 2001 ; Hao and Zhu, 2010 ; Huang et al., 2022)
Accoppiamento monolitico	Qualsiasi	Massima stabilità dell'accoppiamen- to FSI	Implementazione e preconditiona- mento non banali; costo elevato	(Heil and Hazel, 2011)

Tabella 4.1: Confronto sintetico tra approcci 3D FSI per tubi collassabili.

Controlli minimi di qualità. Seguire i criteri di [sezione 2.4](#):

- *Test di griglia* con ≥ 30 celle/nodi sul diametro della gola.

- *Test di passo temporale con scarti:* $< 2\%$ su Q medio e f .
- *Conservazione di massa:* $< 10^{-3}$.
- *Report omogeneo di:* $Q-\Delta p$, $p-A$, A_{\min} , X_s , f , St con finestre di media dichiarate.

Linee guida pratiche. Dalla comparazione emerge che non esiste un metodo unico, ma alcune regole orientative possono aiutare la scelta in funzione dell'obiettivo:

- *Pareti sottili, analisi di carichi locali e onset/stati multipli:* preferire ALE/FEM con interfaccia conforme (Hazel and Heil, 2003; Heil and Boyle, 2010).
- *Pareti spesse, studio della relazione pressione-area e degli sforzi nello spessore:* usare ALE/FEM con modellazione solida 3D (Marzo et al., 2005).
- *Collasso spinto, quasi-chiusura o geometrie mobili:* optare per IB o IB-LBM su griglia fissa, con accorgimenti per l'accuratezza vicino all'interfaccia (Rosar and Peskin, 2001; Hao and Zhu, 2010; Huang et al., 2022).
- *FSI molto accoppiati o con pareti estremamente cedevoli:* preferire accoppiamento forte o monolitico, per evitare instabilità numeriche dovute a effetti di added-mass (Heil and Hazel, 2011).

4.2 Confronto tra tecniche numeriche

Gli approcci 3D discussi nel [Capitolo 3](#) possono essere confrontati sulla base delle metriche definite in [sezione 2.4](#): (i) interfaccia e stima dei carichi, (ii) comportamento in quasi-chiusura, (iii) curve globali $Q-\Delta p$ e pressione-area, (iv) onset e frequenza delle oscillazioni, (v) costo computazionale e stabilità dell'accoppiamento FSI. L'obiettivo è evidenziare come le scelte modellistiche influiscano sui risultati e sulle condizioni di utilizzo.

Interfaccia e carichi. Con mesh conforme (ALE/FEM) l'interfaccia è netta e le trazioni (inclusa la WSS) sono calcolate con buona precisione, purché la mesh sia sufficientemente raffinata in gola. Negli approcci IB/IB-LBM l'interfaccia è diffusa: le grandezze globali risultano affidabili, ma i picchi locali tendono a essere smussati; per questo occorre particolare cura nella risoluzione vicino alla parete.

Quasi-chiusura e grandi deformazioni. Nella quasi-chiusura, ALE/FEM può richiedere *remeshing* frequente, con aumento dei costi. IB/IB-LBM risulta più robusto grazie alla griglia fissa, risultando vantaggioso per collassi marcati e deformazioni ampie. Per pareti spesse o iperelastiche, i modelli solidi 3D mostrano gole più arrotondate e deformazioni più contenute rispetto ai modelli a parete sottile.

Curve globali e pressione-area. Tutti gli approcci riproducono la sublinearità della curva $Q-\Delta p$ fino al plateau di portata. Le curve pressione-area riflettono la rigidità della parete: le pareti sottili consentono riduzioni di area maggiori, mentre quelle spesse o iperelastiche stabilizzano il comportamento e limitano l'ampiezza del collasso.

Onset e oscillazioni. Con pareti sottili l'onset si osserva già per $Re \sim 200$, con oscillazioni più marcate tra $Re \sim 400-500$. Pareti più rigide spostano la soglia oltre $Re > 1000$ e riducono l'ampiezza. Gli schemi IB riproducono correttamente l'insorgenza, ma la frequenza (Strouhal tipico 0.2–0.3) è più sensibile alla risoluzione presso l'interfaccia.

Costo e stabilità FSI. ALE/FEM è più oneroso, soprattutto con pareti spesse o quando serve *remeshing*, ma garantisce carichi locali accurati. IB/IB-LBM è più economico e stabile in presenza di grandi deformazioni, pur richiedendo attenzione alla conservazione di massa e alla stima della WSS. La stabilità peggiora con pareti molto cedevoli a causa dell'*added-mass*; in questi casi è preferibile un accoppiamento forte o monolitico.

Approccio	Interfaccia / carichi	Quasi-chiusura	Onset / frequenza	Costo / stabilità
Parete sottile (ALE/FEM)	Interfaccia netta; carichi/WSS accurati	Sensibile a <i>remeshing</i>	Onset a $Re \sim 200-500$; oscillazioni ampie	Costo elevato; richiede accoppiamento forte
Parete spessa (ALE/FEM)	Sforzi nello spessore; p-A coerente	Sensibile a <i>remeshing</i> ; sezione più rigida	Onset oltre $Re > 1000$; oscillazioni ridotte	Costo elevato; stabilità buona con schemi forti
IB / IB-LBM	Interfaccia diffusa; carichi smussati	Robusto; nessun <i>remeshing</i>	Onset ben catturato; $St \sim 0.2-0.3$, sensibile alla griglia	Costo inferiore; attenzione a conservazione e WSS

Tabella 4.2: Confronto sintetico tra approcci numerici 3D per tubi collassabili.

4.3 Quadro complessivo dei risultati emersi

L'analisi trasversale degli studi discussi nel [Capitolo 3](#) permette di delineare un quadro coerente del comportamento dei tubi collassabili in tre dimensioni, indipendentemente dall'approccio numerico utilizzato.

Morfologia e distribuzione del flusso

Il collasso produce sempre la formazione di una *gola*, sede principale della caduta di pressione e punto di selezione della dinamica. A valle della gola si instaurano getti assiali spesso doppi, separati da strati di taglio e associati a ricircoli laterali. Già per valori moderati di Reynolds ($Re \sim 200-300$) la scia mostra strutture tridimensionali e rotture di simmetria. Nei casi più rigidi le gole risultano più arrotondate e le scie si richiudono entro poche lunghezze diametrali, mentre in condizioni più cedevoli i getti restano separati e organizzano moti secondari persistenti.

Curve globali e relazione pressione–area

Le curve portata-salto di pressione ($Q-\Delta p$) presentano sistematicamente un andamento sublineare con la comparsa di un plateau (*flow limitation*), tipicamente attorno al 60-

70% della portata non collassata. La relazione pressione–area in gola evidenzia come la rigidità della parete moduli la risposta: strutture più deformabili consentono riduzioni di area superiori al 50%, mentre pareti più spesse o con forte hardening limitano l’ampiezza del collasso e producono cicli p - A più stretti e ripetibili.

Onset e frequenze delle oscillazioni

Le oscillazioni autoindotte emergono quando la gola è ben formata e il punto operativo cade in regioni instabili del piano (Q, P) . L’insorgenza è favorita da configurazioni più cedevoli e si osserva già per $Re \simeq 200$, con crescita rapida tra $Re \simeq 400$ -500; per configurazioni più rigide le soglie si spostano oltre $Re > 1000$ e le ampiezze risultano più contenute. Le frequenze caratteristiche seguono uno scaling adimensionale ben descritto dal numero di Strouhal, con valori tipici $St \sim 0.2$ -0.3. A Reynolds più elevati gli spettri mostrano armoniche ($2f_1, 3f_1$) ma il valore medio di St resta legato alla scala selezionata dalla gola.

Stati multipli e sensibilità

Le simulazioni 3D mostrano che, a parità di condizioni operative, possono coesistere stati diversi: doppio getto, getto singolo per rottura di simmetria o modalità miste (mode-2/mode-3). La selezione dipende da parametri globali come numero di Reynolds, grado di collasso e condizioni al contorno, e può variare in presenza di piccole perturbazioni. Ciò suggerisce che il sistema sia intrinsecamente multistabile e spiega alcune discrepanze tra risultati di studi differenti.

Capitolo 5

Conclusioni e prospettive

5.1 Riepilogo dei principali risultati

Il lavoro ha raccolto e discusso la letteratura recente sulle simulazioni 3D di tubi collassabili, con l'obiettivo di mettere in evidenza i tratti comuni, i punti di forza e i limiti dei diversi approcci numerici. Da questa rassegna emergono tre messaggi chiave:

- **Metriche condivise** (2.4): le grandezze $Q-\Delta p$, pressione-area in gola, A_{\min} , X_s , f e St costituiscono un set minimo per confronti omogenei tra studi e metodi, rendendo più trasparenti soglie di instabilità e differenze numeriche.
- **Nessun metodo universale**: gli approcci con *mesh conforme* (ALE/FEM) forniscono un'interfaccia netta e carichi locali affidabili (inclusa la WSS), ma soffrono in quasi-chiusura; gli schemi *IB/IB-LBM* risultano più robusti per grandi deformazioni e domini complessi, a fronte di un'interfaccia diffusa che smussa le trazioni locali.
- **Ruolo della parete**: i modelli *sottili* descrivono con efficienza stati multipli e onset oscillatori, mentre i modelli *spessi* (solido 3D) catturano distribuzioni di sforzo nello spessore e una relazione pressione-area più realistica, in accordo con osservazioni sperimentali.

Accanto a questi aspetti metodologici, gli studi concordano anche su alcuni tratti fisici ricorrenti: la formazione di una *gola*, punto di caduta di pressione e di selezione del regime; la presenza di un *plateau* di portata, tipicamente pari al 60–70% di quella del tubo rigido; l'insorgenza di oscillazioni autoindotte con frequenze che scalano come $St \approx 0.2-0.3$; e la *multistabilità*, per cui più stati possono coesistere alle stesse condizioni operative.

5.2 Pro e contro dei metodi analizzati

Non esiste un *metodo universale*: la scelta dipende dall'obiettivo (carichi/WSS locali vs robustezza in quasi-chiusura), dal regime (stazionario vs oscillante) e dalla natura della parete (sottile vs spessa).

ALE/FEM (interfaccia conforme)

- **Pro**: interfaccia netta; stima affidabile dei carichi di parete (WSS); lettura chiara di famiglie di stati/onset.

- **Contro:** criticità in quasi-chiusura (remeshing, qualità mesh), sensitività all'*added-mass* con accoppiamenti deboli; costo crescente con pareti spesse/iperelastiche.
- **Uso:** validazioni quantitative, WSS, pareti spesse.

IB / IB-LBM (griglia fissa)

- **Pro:** robuste grandi deformazioni e quasi-chiusura; nessun remeshing; adatti a domini estesi e scansioni parametriche.
- **Contro:** interfaccia diffusa (smoothing di trazioni/WSS); attenzione a conservazione di massa e campionamento vicino alla parete.
- **Uso:** collassi pronunciati, esplorazioni ampie, topologie variabili.

Accoppiamento FSI

- **Monolitico/forte:** massima stabilità contro *added-mass*, a costo/complessità maggiori.
- **Partitioned debole:** più economico ma meno robusto con pareti molto cedevoli; migliorabile con sotto-iterazioni e rilassamento adattivo (Aitken Δ^2).

Protocollo minimo di qualità: test di griglia/tempo (variazioni $< 2-5\%$ su grandezze chiave), conservazione di massa $< 10^{-3}$ (relativa), report omogeneo di $Q-\Delta p$, $p-A$, A_{\min} , X_s , f , St con finestre di media dichiarate.

5.3 Questioni aperte

La rassegna ha mostrato come, nonostante decenni di studi, il problema del flusso in tubi collassabili presenti ancora molteplici nodi irrisolti. In particolare:

- **Condizioni al contorno e geometria:** dagli studi classici (Conrad, 1969; Cancelli and Pedley, 1985; Bertram et al., 1990) emerge una forte dipendenza da lunghezza del tratto elastico, tensione assiale e condizioni imposte a monte e a valle, ma non esiste ancora una mappa sistematica che colleghi questi parametri all'insorgenza delle instabilità.
- **Regimi non lineari e instabilità secondarie:** i modelli ridotti hanno mostrato oscillazioni caotiche e biforcazioni complesse (Jensen, 1990, 1992), mentre le simulazioni 3D (Heil and Boyle, 2010; Huang et al., 2024) indicano la comparsa di modalità tridimensionali e transizioni turbolente, tuttora non pienamente comprese.
- **Ruolo della parete:** rimane aperta la descrizione quantitativa degli effetti di spessore, anisotropia e iperelasticità, come evidenziato da studi sperimentali e numerici (Bertram, 1987; Marzo et al., 2005; Zhang et al., 2018). La maggior parte dei modelli continua a trattare la parete come sottile ed elasticamente lineare.
- **Fluidi non Newtoniani e multiscala:** le estensioni a fluidi shear-thinning o viscoelastici sono ancora poco esplorate, pur essendo cruciali in ambito emodinamico e microfluidico (Grotberg and Jensen, 2004).

- **Robustezza numerica:** permangono criticità legate a remeshing, effetto di added-mass e interfacce diffuse negli approcci IB, che possono influenzare la stabilità delle soluzioni (Peskin, 2002; Hao and Zhu, 2010; Huang et al., 2022).
- **Validazione sperimentale:** sebbene esistano dati su relazioni pressione-area e onset di oscillazioni (Bertram and Elliott, 2003; Bertram and Tscherry, 2006), mancano campagne sistematiche in 3D che forniscano misure quantitative di WSS, distribuzioni di pressione e forme di collasso utili per calibrare e validare i modelli numerici.

5.4 Sviluppi futuri

Negli ultimi anni si è diffuso l'interesse verso approcci che combinano simulazioni numeriche ad alta fedeltà con strumenti *data-driven* e di intelligenza artificiale (IA).

Questi metodi possono affiancare i solutori tradizionali, riducendo i costi computazionali e migliorando l'esplorazione parametrica. Le direzioni principali comprendono:

- **Modelli surrogati veloci:** regressori o reti neurali addestrati su dataset sintetici (ALE/FEM o IB), in grado di stimare rapidamente curve $Q-\Delta p$, area minima A_{\min} e posizione di separazione X_s , abilitando scansioni parametriche estese a basso costo.
- **Modelli a ordine ridotto (ROM):** tecniche di riduzione (POD, autoencoder) che consentono di ricostruire onset e frequenze oscillanti (f , St) a partire da pochi coefficienti, accelerando l'analisi dei campi tridimensionali.
- **Correzione della WSS:** nei metodi IB/IB-LBM lo sforzo tangenziale alla parete risulta smussato; reti neurali *physics-guided* potrebbero correggere questo errore, vincolando le previsioni ai bilanci di massa e forza.
- **Operator learning e PINNs:** l'*operator learning* mira ad approssimare l'intera mappa fluido-struttura, mentre le *Physics-Informed Neural Networks* incorporano direttamente le equazioni di Navier-Stokes e di elasticità nella funzione di costo, garantendo coerenza fisica.
- **Active learning e UQ:** strategie che selezionano nuovi punti di simulazione dove il surrogato è più incerto, riducendo il numero di run necessarie. La quantificazione dell'incertezza (UQ) permette inoltre di associare intervalli di confidenza alle previsioni.

Cautela e buone pratiche. Qualunque approccio *data-driven* deve essere validato dichiarando dominio di addestramento, procedure di normalizzazione e intervalli di errore sulle metriche chiave ($Q-\Delta p$, A_{\min} , X_s , f , St). Solo così l'integrazione con i modelli numerici potrà fornire strumenti predittivi, affidabili e trasferibili.

Messaggio finale Il quadro emerso conferma che la simulazione numerica tridimensionale dei tubi collassabili è uno strumento ormai maturo per chiarire meccanismi locali e regimi globali, ma resta fragile di fronte a multistabilità, complessità reologica e variabilità delle pareti. Le metriche comuni forniscono una base solida di confronto, ma non eliminano le discrepanze tra approcci. In prospettiva, l'integrazione di solutori FSI con

metodi *data-driven* e campagne sperimentali dedicate appare la strada più promettente per rendere queste simulazioni non solo descrittive, ma anche predittive e trasferibili ad applicazioni biologiche e ingegneristiche.

Appendice A

Mappa qualitativa dei regimi (Q^*, P^*)

La Figura A.1 offre una lettura qualitativa dei regimi in funzione della portata normalizzata Q^* e del carico P^* . L'*onset* è indicato come punto lungo ciascuna curva; la *flow limitation* è segnata da una soglia Q^*_{crit} oltre la quale la portata tende a saturare. Le curve sono illustrative.

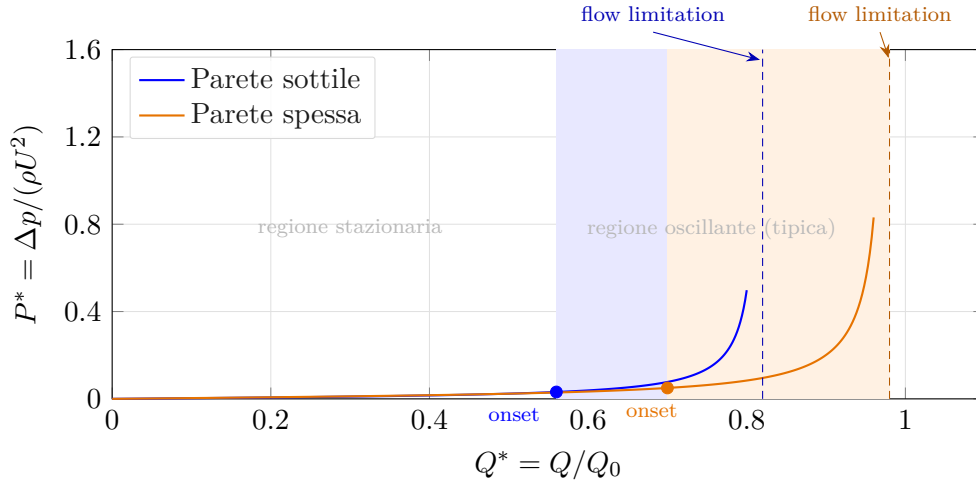


Figura A.1: Mappa qualitativa dei regimi: *stazionario*, *onset* (punti) e zona *oscillante* (bande). Le linee tratteggiate indicano la soglia di *flow limitation*. Le curve sono illustrative e servono come guida al confronto.

Appendice B

Lista dei simboli

Simbolo	Unità	Norm. tipica	Definizione / Nota
<i>Geometria</i>			
D	m	–	Diametro; $R_0 = D/2$.
L_f	m	L_f/D	Lunghezza del tratto flessibile.
t	m	t/R_0	Spessore della parete.
A, A_0	m ²	A/A_0	Area istantanea e di riferimento.
A_{\min}	m ²	A_{\min}/A_0	Area minima (gola).
X_s	m	X_s/D	Posizione della separazione.
<i>Carichi e portata</i>			
Δp	Pa	$\Delta p/(\rho U^2)$	Salto di pressione tra monte e valle.
p_{ext}	Pa	–	Pressione esterna imposta.
p_{tm}	Pa	$p_{\text{tm}}/(\rho U^2)$	Pressione trasmurale $p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}$.
U	m/s	–	Velocità media di bulk (ingresso).
Q	m ³ /s	Q/Q_0	Portata volumetrica.
Q_0	m ³ /s	–	Portata di riferimento: $Q_0 = U \pi D^2/4$.
<i>Parametri dinamici e metriche</i>			
f	Hz	fD/U	Frequenza (genera St con $St = fD/U$).
Re	–	–	Numero di Reynolds UD/ν .
St	–	–	Numero di Strouhal fD/U .
α	–	–	Numero di Womersley $\alpha = R_0 \sqrt{\omega \rho / \mu}$, con $\alpha^2 = Re St$.
H	–	–	Parametro elastoinerziale $H = \rho a^2 K / \mu^2$ (v. Cap. 2).
τ_w	Pa	$\tau_w/(\rho U^2)$	Sforzo di parete (WSS).
<i>Proprietà del fluido</i>			
ρ	kg/m ³	–	Densità del fluido.
μ	Pa s	–	Viscosità dinamica.
ν	m ² /s	–	Viscosità cinematica; $\nu = \mu/\rho$.

Tabella B.1: Simboli principali e normalizzazioni. Le grandezze adimensionali non richiedono normalizzazione.

Appendice C

Elenco delle sigle e degli acronimi

Sigla	Espansione	Significato / uso nel testo
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i>	Interazione fluido-struttura: problema accoppiato tra Navier-Stokes e modello della parete.
ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>	Formulazione con mesh conforme/movente per seguire la parete deformabile.
FEM	<i>Finite Element Method</i>	Metodo agli Elementi Finiti (fluido e/o solido), spesso in combinazione con ALE.
IB	<i>Immersed Boundary</i>	Interfaccia immersa su griglia euleriana fissa; scambio fluido-parete con kernel regolarizzato.
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method</i>	Schema cinetico per il fluido; spesso accoppiato a IB su griglia fissa.
IB-LBM	<i>Immersed Boundary-Lattice Boltzmann</i>	Accoppiamento IB con LBM: robusto in grandi deformazioni/quasi-chiusura.
WSS	<i>Wall Shear Stress</i>	Sforzo di taglio alla parete; metrica riportata in gola e nei confronti tra metodi.
BC	<i>Boundary Conditions</i>	Condizioni al contorno (ingresso/uscita, parete esterna).
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>	Trasformata veloce di Fourier per stimare la frequenza delle oscillazioni (e lo Strouhal).

Tabella C.1: Acronimi usati nel testo e loro significato.

Bibliografia

- C. D. Bertram. The effects of wall thickness, axial strain and end proximity on the pressure-area relation of collapsible tubes. *Journal of Biomechanics*, 20(9):863–876, 1987. doi: 10.1016/0021-9290(87)90146-1.
- C. D. Bertram and N. S. J. Elliott. Flow-rate limitation in a uniform thin-walled collapsible tube, with comparison to a uniform thick-walled tube and a tube of tapering thickness. *Journal of Fluids and Structures*, 17(4):541–559, 2003. doi: 10.1016/S0889-9746(02)00160-3.
- C. D. Bertram and J. Tscherry. The onset of flow-rate limitation and flow-induced oscillations in collapsible tubes. *Journal of Fluids and Structures*, 22(8):1029–1045, 2006. doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2006.06.001.
- C. D. Bertram, C. J. Raymond, and T. J. Pedley. Mapping of instabilities for flow through collapsed tubes of differing length. *Journal of Fluids and Structures*, 4(2):125–153, 1990. doi: 10.1016/0889-9746(90)90058-D.
- Claudio Cancelli and T. J. Pedley. A separated-flow model for collapsible-tube oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, 157:375–404, 1985. doi: 10.1017/S0022112085002427.
- W. A. Conrad. Pressure–flow relationships in collapsible tubes. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 16(4):284–295, 1969. doi: 10.1109/TBME.1969.4502660.
- J. B. Grotberg and O. E. Jensen. Biofluid mechanics in flexible tubes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36:121–147, 2004. doi: 10.1146/annurev.fluid.36.050802.121918.
- J. Hao and L. Zhu. A lattice boltzmann based implicit immersed boundary method for fluidstructure interaction. *Computers & Mathematics with Applications*, 59(1):185–193, 2010. doi: 10.1016/j.camwa.2009.06.055.
- A. L. Hazel and M. Heil. Steady finite-reynolds-number flows in three-dimensional collapsible tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, 486:79–103, 2003. doi: 10.1017/S0022112003004671.
- M. Heil. Stokes flow in collapsible tubes: computation and experiment. *Journal of Fluid Mechanics*, 353:285–312, 1997. doi: 10.1017/S0022112097007490.
- M. Heil and A. L. Hazel. Fluidstructure interaction in internal physiological flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43:141–162, 2011. doi: 10.1146/annurev-fluid-122109-160703.

- Matthias Heil and Jonathan Boyle. Self-excited oscillations in three-dimensional collapsible tubes: simulating their onset and large-amplitude oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, 652:405–426, 2010. doi: 10.1017/S0022112010000157.
- Qiao Huang, Zhengliang Liu, Li Wang, Satyajit Ravi, John Young, JianCheng Lai, and Fang-Bao Tian. Streamline penetration, velocity error, and consequences of the feedback immersed boundary method. *Physics of Fluids*, 34(9):097101, 2022. doi: 10.1063/5.0101584.
- Qiuxiang Huang, Xueyu Ji, Jingtao Ma, Li Wang, John Young, and Joseph C. S. Lai. Self-excited oscillations of three-dimensional collapsible tubes conveying both laminar and turbulent flows. *Physics of Fluids*, 36(12):121920, 2024. doi: 10.1063/5.0243758.
- O. E. Jensen. Instabilities of flow in a collapsed tube. *Journal of Fluid Mechanics*, 220: 623–659, 1990. doi: 10.1017/S0022112090003408.
- O. E. Jensen. Chaotic oscillations in a simple collapsible-tube model. *Journal of Biomechanical Engineering*, 114(1):55–59, 1992. doi: 10.1115/1.2895450.
- O. E. Jensen and M. Heil. High-frequency self-excited oscillations in a collapsible-channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 481:235–268, 2003. doi: 10.1017/S002211200300394X.
- O. E. Jensen and T. J. Pedley. The existence of steady flow in a collapsed tube. *Journal of Fluid Mechanics*, 206:339–374, 1989. doi: 10.1017/S0022112089002326.
- A. Marzo, X. Y. Luo, and C. D. Bertram. Three-dimensional collapse and flow in thick-walled flexible tubes. *Journal of Fluids and Structures*, 20(6):817–835, 2005. doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2005.06.001.
- C. S. Peskin. The immersed boundary method. *Acta Numerica*, 11:479–517, 2002. doi: 10.1017/S0962492902000077.
- M. E. Rosar and C. S. Peskin. Fluid flow in collapsible elastic tubes: A three-dimensional numerical model. *New York Journal of Mathematics*, 7:281–302, 2001. URL <https://nyjm.albany.edu/j/2001/7-18.pdf>.
- Sen Zhang, Xiaoyu Luo, and Zongxi Cai. Three-dimensional flows in a hyperelastic vessel under external pressure. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 17(4):1187–1207, 2018. doi: 10.1007/s10237-018-1022-y.