# Analisi e descrizione degli "Insect inspired" Micro Air Vehicles (MAV)

Andrea Boscolo

Politecnico di Torino Corso di laurea in Ing. Aerospaziale 

# Indice

### 1 Introduzione

<b>2</b>	Dinamica dei Micro Air Vehicle (MAV)				
	2.1	Introduzione	7		
	2.2	Dagli studi iniziali ai primi MAV	7		
	2.3	Cinematica dell'ala	9		
	2.4	Meccanismi di generazione delle forze aerodinamiche	10		
		2.4.1 Vortice di bordo d'attacco (LEX) o delayed stall	11		
		2.4.2 Effetto Wagner	13		
		2.4.3 Cattura della scia ( <i>wake capture</i> )	14		
		2.4.4 Effetto della massa aggiunta	15		
		2.4.5 Effetto della rotazione dell'ala ed effetto Magnus	16		
	2.5	Modelli Aerodinamici	16		
3	Il m	nodello matematico	19		
	3.1	Introduzione	19		
	3.2	Modello della dinamica	19		
	3.3	Sistemi di riferimento	22		
		3.3.1 Definizione dei sistemi di riferimento	22		
		3.3.2 Matrici di trasformazione	25		
	3.4	Geometria dell'insetto	27		
		3.4.1 Geometria del corpo	27		

 $\mathbf{5}$ 

# INDICE

	3.4.2	Geometria dell'ala 2	28
3.5	Cinem	atica dell'ala 2	29
3.6	Model	lo aerodinamico dell'ala 3	32
	3.6.1	Delayed Stall	32
	3.6.2	Rotational Lift	35
	3.6.3	Forza aerodinamica totale e momento delle forze aero-	
		dinamiche in $T_W$	36
3.7	Model	lo aerodinamico del corpo	37
3.8	Equaz	ioni del moto nella terna assi corpo 3	37

4

# Capitolo 1

# Introduzione

Lo studio di micro-UAV (MAV) è diventato un campo di notevole interesse per la comunit'a scientifica almeno a partire dal 1997, quando il DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency)<sup>1</sup> avviò uno studio pilota per la progettazione di velivoli non convenzionali, il cui unico requisito era che le dimensioni fossero inferiori a 150mm [1]. Lo scopo di questo progetto era quello di riuscire a progettare e costruire un velivolo particolarmente adatto per essere impiegato in ambienti ostili, come ad esempio la sorveglianza di territori nemici, l'analisi di ambienti tossici, l'esplorazione di spazi chiusi, come gallerie, abitazioni o strutture parzialmente distrutte. Questi requisiti richiedono, quindi, una elevata capacità di manovra in spazi ristretti e la capacità di volo a punto fisso (hovering): pertanto, non 'e possibile pensare a dei micro-UAV ad ala fissa. Poiché l'ala rotante presenta non pochi problemi, alla fine ci si è rivolti alla più antica forma di volo, ovvero l'ala battente e in particolare a quella degli insetti, che si avvicinano di più ai requisiti imposti. Lo sviluppo di micro-UAV sarebbe stato impossibile senza i grandi passi avanti delle microtecnologie, che hanno permesso la realizzazione di robot di dimensioni piccolissime. Inoltre, negli ultimi anni si 'e pensato di

 $<sup>^1\</sup>mathrm{DARPA}$  è l'agenzia del Ministero della Difesa degli USA incaricata di sviluppare nuove tecnologie ad uso militare, fondata nel 1958

ampliare l'applicazione dei micro-UAV fino ad arrivare al volo in formazione di interi sciami. Questo presenta dei vantaggi rispetto al volo di un velivolo più grande; infatti, la perdita di un velivolo comporta la perdita dell'intero carico pagante, mentre la perdita di uno o alcuni elementi di uno sciame comporta un danno per una frazione sola dell'intero carico. Inoltre, si hanno anche dei benefici economici dovuti alla produzione su larga scala di pezzi tutti uguali. La progettazione di un micro-UAV ad ala battente ha comportato un gran numero di studi volti alla caratterizzazione morfologica degli insetti, alla loro aerodinamica e alla loro dinamica del volo.

# Capitolo 2

# Dinamica dei Micro Air Vehicle (MAV)

## 2.1 Introduzione

In questo Capitolo si ripercorre l'evoluzione degli studi nel campo del volo degli insetti, soprattutto per quel che concerne gli aspetti aerodinamici del problema. La ricerca in questo ambito ha preso avvio dalle osservazioni su morfologia e cinematica degli insetti, necessarie per poter poi interpretare i fenomeni fisici che danno luogo alla generazione delle forze aerodinamiche. Si introdurranno, quindi, i diversi modelli matematici sviluppati nel corso di tali ricerche, molte delle quali sono ancora in corso.

## 2.2 Dagli studi iniziali ai primi MAV

La generazione di forze aerodinamiche, sfruttando il principio dell'ala battente, ha da sempre destato interesse nell'Uomo; infatti, fin da quando questi desiderò di volare, pensò che lo avrebbe fatto come gli uccelli o gli insetti che poteva osservare in Natura. Basta pensare al mito greco di Icaro o, dopo molti secoli, alle macchine volanti di Leonardo da Vinci. Solo nel XX secolo, però, l'uomo riuscì a realizzare il proprio sogno, ma dovette abbandonare l'idea dell'ala battente. L'interesse nei confronti del mondo animale, però, ha portato a dei primi studi razionali sul volo degli insetti condotti a partire dagli anni '50 dallo zoologo danese Weis-Fogh presso l'Universit'a di Cambridge [2]. In questi studi, oltre alla raccolta di dati sulla morfologia di diversi insetti e la cinematica dell'ala, si riporta una prima trattazione dell'aerodinamica dell'insetto in hovering. La pietra miliare circa il volo degli insetti fu deposta da Ellington [3] negli anni '80, infatti questi ampliò la raccolta di dati di Weis-Fogh (migliorando l'accuratezza delle misure) e, avvalendosi di una camera di volo, riuscì a filmare con buona risoluzione gli insetti. Questo permise di studiare meglio il movimento delle ali e la dinamica dell'insetto. Inoltre Ellington sviluppò un modello completo sulla generazione delle forze aerodinamiche, basato principalmente sull'analogia con la teoria delle eliche, che era una teoria già molto consolidata. A partire dagli anni '90 anche il mondo aeronautico incominciò ad interessarsi al volo degli insetti, soprattutto con lo scopo di progettare dei micro aerei senza pilota (Micro Air Vehicles, MAV). Da questo interesse sono scaturiti un gran numero di progetti, diffusi in tutto il mondo, volti principalmente all'analisi aerodinamica del problema. La tendenza attuale è quella di preferire studi su modelli in scala (come il progetto Robofly condotto da Dickinson [4] presso il California Institute of Technology) o di CFD (Computational Fluid Dynamics) [5] per analizzare la natura fisica delle forze generate dall'ala, validare i risultati sperimentali e cercarne una espressione in forma chiusa. Inoltre, attualmente, sono stati costruiti diversi MAV, che quindi possono fornire degli importanti riscontri agli studi teorici. Parallelamente agli studi aerodinamici sono stati sviluppati anche dei simulatori di volo, principalmente presso la University of California di Berkeley sotto l'acronimo di MFI (Micromechanical Flying Insect) [6], attraverso i quali studiare le leggi di controllo per tali MAV ad ala battente. Un lavoro di grande rilevanza è stato, infine, quello di Taylor [7], che ha realizzato una caratterizzazione completa della dinamica del volo degli

insetti studiando in galleria aerodinamica la locusta del deserto, riuscendo in tal modo a valutare le derivate aerodinamiche necessarie per un modello linearizzato.

## 2.3 Cinematica dell'ala

Una prima classificazione degli insetti pu'o essere basata sul numero delle ali: si distingue fra quelli che ne hanno due e quelli che ne hanno quattro. Nel presente lavoro si analizza la prima categoria. Le ali degli insetti, analogamente a quelle degli uccelli, sono caratterizzate da un movimento scomponibile in tre componenti: *sweeping* (movimento avanti-dietro), *heaving* (movimento su-giù) e *pitching* (variazione dell'angolo di incidenza) [8]. Pertanto, la traiettoria percorsa da un punto qualunque dell'ala ha una forma "a otto" come si vede in Fig.2.1. Il movimento di *heaving* viene generalmente trascurato,



Figura 2.1: Rappresentazione della cinematica delle ali

quindi si può ipotizzare che il battito dell'ala rimanga sempre in un piano denominato *stroke-plane*. Questo piano 'e generalmente inclinato rispetto al corpo dell'insetto di un angolo  $\theta_S$  rispetto all'asse longitudinale. In natura si osservano vari orientamenti tipici dello *stroke-plane*: orizzontale (colibrì e *Drosophila*), inclinato (pipistrello) o verticale (farfalla) [3]. Il movimento di traslazione dell'ala viene scomposto in due fasi denominate downstroke (movimento dal dorso verso il ventre) e upstroke (movimento dal ventre verso il dorso), come evidenziato nella Fig. 2.1 . Al termine di ciascuna semibattuta l'ala effettua una rotazione che porta la parte anteriore a costituire sempre il bordo di attacco, come si vede nella Fig. 2.2 .



Figura 2.2: Semibattute delle ali durante un ciclo

# 2.4 Meccanismi di generazione delle forze aerodinamiche

Il flusso può essere considerato incomprimibile, a basso numero di Reynolds e quindi laminare ed inoltre, data la cinematica delle ali, è non stazionario. Gli effetti non stazionari sono significativi; infatti, un approccio che trascuri questi fenomeni non è sufficiente a giustificare l'intensit'a delle forze aerodinamiche prodotte, principalmente per il fatto che, in condizioni stazionarie,

#### 2.4. MECCANISMI DI GENERAZIONE DELLE FORZE AERODINAMICHE11

un profilo ad alta incidenza sarebbe portato allo stallo. I fenomeni aerodinamici che fino ad ora sono stati riconosciuti e modellizzati sono i seguenti [8, 9] :

- vortice di bordo d'attacco (LEX) o delayed stall
- effetto Wagner
- cattura della scia (*wake capture*)
- effetto della massa aggiunta
- effetto della rotazione dell'ala ed effetto Magnus

#### 2.4.1 Vortice di bordo d'attacco (LEX) o delayed stall

E esperienza comune come un profilo aerodinamico ad alta incidenza e in condizioni stazionarie sia soggetto allo stallo, ovvero il flusso non è sufficientemente energetico da sopportare il gradiente di pressioni avverso e quindi si separa nei pressi della zona anteriore del profilo, senza più essere in grado di riattaccarsi. Invece negli insetti si osservano comunemente degli angoli di incidenza generalmente superiori a 45°. La natura di questo fenomeno è stata chiarita nel 1996 quando Ellington e i suoi collaboratori dimostrarono l'esistenza del vortice di bordo d'attacco [10]. I successivi studi sperimentali e di CFD hanno permesso di visualizzare tale vortice, come si vede nelle Figure 2.3 e 2.4.



Figura 2.3: Visualizzazione sperimentale del vortice di bordo d'attacco e del vortice di partenza



Figura 2.4: Visualizzazione CFD del vortice di bordo d'attacco 7

Il vortice di bordo d'attacco introduce un campo di velocità molto intenso e questo aumenta l'aspirazione sul dorso dell'ala, contribuendo significativamente alla portanza generata. Sperimentalmente si osserva che il LEX (*Leading Edge Vortex*) può essere di forma cilindrica o conica, aumentando di diametro dalla radice dell'ala verso l'estremità. Inoltre si osserva che tale vortice è stabile e questo fenomeno ha trovato due possibili spiegazioni: per elevati numeri di Reynolds si osserva l'esistenza di un considerevole flusso assiale lungo l'ala che tende a trasportare il LEX verso l'estremità (analogamente a quanto accade per le ali a delta), mentre a bassi valori di Re questo flusso assiale non è stato rilevato. In questo caso si è pensato che il vortice di bordo d'attacco sia meno intenso che nel primo caso a causa della velocit'a indotta. Infatti, se si considera un insetto in *hovering*, i vortici rilasciati alla fine di ciascuna semibattuta avranno degli effetti non trascurabili sul flusso che investe l'ala; in particolare questi determinano una componente di velocità verso il basso e quindi una riduzione di incidenza. Pertanto, come si vede in Fig. 2.5, l'angolo di incidenza effettivo può essere anche molto inferiore rispetto a quello geometrico. Inoltre nel caso di insetti che volano a basso Re come la *Drosophila*, la breve corsa dell'ala può contribuire a inibire l'eccessivo accrescimento del LEX e quindi impedire il *breakdown* del vortice stesso. Per quanto detto precedentemente, questo fenomeno viene spesso chiamato *delayed stall*.



Figura 2.5: Angolo di incidenza geometrico e angolo di incidenza effettivo 8

#### 2.4.2 Effetto Wagner

Questo 'e uno dei maggiori risultati conseguiti dall'aerodinamica non stazionaria, attribuito a Wagner [3] (1925), il quale analizzò la variazione di circuitazione di un profilo in condizioni non stazionarie. In particolare Wagner dimostrò che, se si mette in moto un profilo da fermo o se si modifica rapidamente la sua incidenza, la circuitazione (e quindi la portanza del profilo) non va istantaneamente al valore di regime, ma raggiunge questo valore con un certo ritardo, come mostra la Fig. 2.6.



Figura 2.6: Rapporto tra il valore della portanza previsto da Wagner e quello quasi stazionario, in funzione della distanza adimensionale  $\lambda$ 

Questo fenomeno è dovuto alla vicinanza del vortice di partenza, infatti la velocit'a indotta da questo causa una diminuzione dell'angolo di incidenza. Nella Fig. 2.6 si vede come l'effetto tenda ad attenuarsi quando la distanza percorsa dall'ala aumenta. Pertanto questo 'e un effetto per sua natura non stazionario. Se però le variazioni di incidenza geometrica del profilo sono lente, allora è lecita l'ipotesi di flusso quasi stazionario. Nel caso del volo di un insetto si pu'o affermare che le variazioni sono così lente che il flusso si adegua istantaneamente ad esse e quindi l'effetto Wagner risulta trascurabile.

#### 2.4.3 Cattura della scia (wake capture)

Nel 1999 Dickinson e i suoi collaboratori, durante le prove in vasca del progetto *Robofly*, osservarono che, se alla fine di ciascuna semibattuta l'ala anticipa la rotazione (ovvero l'ala effettua la rotazione prima di invertire il proprio moto), questa riesce a generare un picco di portanza che altrimenti non è visibile. Questo fenomeno è stato denominato *wake capture*. Infatti, se si considera l'insetto in *hovering* o a bassa velocità, questo continua a volare molto vicino ai vortici rilasciati ad ogni inversione del moto delle ali e questo è tanto più evidente quanto più la corsa è piccola. Come si vede nella Fig. 2.7, quando il moto dell'ala si inverte, i vortici di bordo d'attacco e d'uscita creano un campo di velocità che spinge il flusso verso l'ala e ne aumenta le capacit'a portanti. In questo modo l'ala è in grado di recuperare una parte dell'energia cinetica che viene rilasciata nel flusso sotto forma di vortici.



Figura 2.7: Schema del fenomeno del wake capture

Se, invece, la rotazione dell'ala viene ritardata rispetto alla fine della corsa o coincide con essa, allora il *wake capture* può avere degli effetti opposti o nulli, come evidenziato da Dickinson.

#### 2.4.4 Effetto della massa aggiunta

Quando l'ala viene accelerata o decelerata, durante il suo movimento trascina con sè un certo volume di fluido circostante l'ala stessa. Pertanto, l'inerzia dell'ala al movimento è data dalla massa propria (che però è generalmente molto piccola, infatti Ellington la valuta come generalmente inferiore all'1% della massa totale) e dalla massa di fluido accelerato con essa. Una stima di questo effetto però non è facile, perchè il flusso è accelerato anche dai fenomeni non stazionari coinvolti col moto dell'ala e i vortici prodotti. Inoltre, nelle prove sperimentali, in cui si misurano le forze generate su dei modelli di ala immersi in un liquido (generalmente olio), gli effetti della massa aggiunta possono essere falsati proprio dalla diversa natura del fluido impiegato. Infatti, dalle misure condotte sul *Robofly*, Dickinson concluse che gli effetti della massa aggiunta sono piuttosto ridotti rispetto alle altre forze prodotte dall'ala. Però, successivi studi di CFD condotti da Sun e Tang [11] hanno mostrato che il picco di portanza che Dickinson attribuisce al *wake capture* sarebbe in realtà dovuto alla massa aggiunta. Dato che la questione 'e ancora oggetto di ricerca, non si può affermare con certezza la validità dell'una o dell'altra teoria.

#### 2.4.5 Effetto della rotazione dell'ala ed effetto Magnus

Dato che l'ala, oltre ad un movimento traslatorio, possiede anche un movimento rotatorio, diventano significativi anche i fenomeni aerodinamici associati alla continua variazione di incidenza geometrica. In particolare, la rotazione dell'ala ha portato a pensare che questa fosse soggetta all'effetto Magnus, cioè l'effetto portante che ad esempio manifesta un cilindro in rotazione. Successivamente, però, si è osservato che è improprio definirlo in questo modo, in quanto l'effetto Magnus vero e proprio è indipendente dall'asse di rotazione, che invece è importante per l'ala degli insetti. L'espressione adottata per rappresentare questo effetto 'e infatti funzione della distanza dell'asse di rotazione dell'ala dal bordo di attacco  $\hat{x}_0$ , pertanto la circuitazione corrispondente è:

$$\Gamma_r = \pi \omega c^2 (0.75 - \hat{x}_0) \tag{2.1}$$

dove  $\omega$  è la velocità angolare di rotazione dell'ala. Come si vede dall'espressione adottata, un valore piccolo di  $\hat{x}_0$  sarebbe preferibile, in quanto consentirebbe di massimizzare questo effetto. In realtà, per la maggior parte degli insetti, il suo valore è generalmente pari a un quarto della corda.

### 2.5 Modelli Aerodinamici

Con la presente sezione si intende dare dei cenni su come il problema aerodinamico sia stato affrontato nel corso degli anni; maggiori informazioni possono essere trovate su [3, 8, 9].

La prima metodologia adottata per rappresentare l'aerodinamica dell'ala battente si è servita dell'analogia con la teoria delle eliche. Infatti venne sfruttata la cosiddetta teoria dell'actuator disk, basata su considerazioni attinenti alla quantità di moto del fluido accelerato verso il basso dalle ali. Inizialmente fu proposto un modello a disco pieno, mentre poi venne corretto da Ellington considerando solo una parte del disco, analogamente a quanto segue dalla particolare cinematica dell'ala, come viene rappresentato in Fig. 2.8.



Figura 2.8: Schema dell'actuator disk e di quello corretto

Questo approccio però non teneva conto dei fenomeni non stazionari di cui si è parlato nel paragrafo precedente ed è stato quindi necessario ipotizzare che la frequenza di battito delle ali fosse così elevata da generare delle forze che apparissero come stazionarie. Pertanto, i risultati ottenibili sono dei risultati medi, frutto dell'ipotesi di aerodinamica dell'ala quasi stazionaria.

I difetti della teoria quasi stazionaria sono stati corretti con metodi semiempirici. A tal riguardo, gli esperimenti sul *Robofly* (Fig. 2.9) furono estremamente importanti, in quanto permisero di ottenere delle espressioni formali per rappresentare le forze aerodinamiche nel corso di una battuta completa, evitando la necessità di risolvere dei complessi problemi aerodinamici. Tuttavia queste espressioni non permettono di individuare i diversi contributi alle forze e dipendono dalla capacità di estrapolazione dai dati numerici raccolti sperimentalmente. Sono stati sviluppati anche degli approcci non stazionari, ma questi si rivelano eccessivamente complicati, soprattutto perchè non pongono in evidenza le principali dipendenze delle forze dalle caratteristiche geometriche e cinematiche delle ali. Inoltre tali espressioni non sono facilmente gestibili in un simulatore di volo.



Figura 2.9: Apparato sperimentale del Robofly

Infine, sta trovando sempre maggiore impiego per lo studio di questi problemi la CFD, che permette di visualizzare tutto il campo aerodinamico e quindi anche tutti i vortici prodotti. Uno dei principali inconvenienti connessi con lo studio di CFD è che il problema non stazionario richiede elevati tempi di calcolo.

# Capitolo 3

# Il modello matematico

## 3.1 Introduzione

In questo Capitolo viene definito il modello matematico utilizzato per lo studio della dinamica del volo di un insetto. Dopo un breve richiamo delle equazioni della dinamica del corpo rigido, vengono delineati in modo schematico i sistemi di riferimento utilizzati nel seguito della trattazione e le relative matrici di trasformazione. Viene poi descritta la geometria dell'insetto, definendo i parametri necessari alla costruzione del modello, mettendo in evidenza le ipotesi semplificative fatte. Dopo una breve introduzione sui possibili movimenti dell'ala, ne viene modellata la cinematica. Viene poi definito il modello aerodinamico, che in questo capitolo viene trattato prettamente con lo scopo di cercare un'espressione delle forze aerodinamiche da inserire nelle equazioni del moto. Infine, viene esplicitato il modello completo della dinamica dell'insetto.

## 3.2 Modello della dinamica

La dinamica dell'insetto viene trattata come quella di un corpo rigido soggetto ad un sistema di forze con risultante F e momento risultante  $M_C$ . Nell'ipotesi di massa m costante, le equazioni cardinali della dinamica sono:

$$F = m\dot{V}_C + m\Omega \wedge V_C \tag{3.1}$$

$$M_C = \bar{I} \cdot \dot{\Omega} + \Omega \wedge (\bar{I} \cdot \Omega) \tag{3.2}$$

dove  $V_C$  è la velocità del centro di massa C del corpo,  $\Omega$  è la velocità angolare di un sistema di riferimento solidale con il corpo e con origine in Crispetto ad una terna inerziale e  $\overline{I}$  è il diadico di inerzia.

Le forze sono date dalla somma dei contributi aerodinamici e di quelli gravitazionali, mentre i momenti sono dati solo da quelli aerodinamici, essendo il polo dei momenti coincidente col baricentro:

$$F = F^{(a)} + F^{(g)} (3.3)$$

$$M_C = M_C^{(a)} \tag{3.4}$$

dove:

$$F^{(g)} = mg \tag{3.5}$$

con g accelerazione di gravità, che si supporrà indipendente dalla quota di volo<sup>1</sup>.

Le forze e i momenti di natura aerodinamica sono dati dal contributo delle due ali<sup>2</sup> ( $F^{(a)^R}$  e  $F^{(a)^L}$ ) e dal contributo di resistenza del corpo ( $F^{(d)}$ ). I contributi aerodinamici si possono, quindi, così esprimere:

 $<sup>^1 \</sup>rm \acute{e}$  possibile fare questa ipotesi in quanto la quota <br/>  $\rm \acute{e}$  al massimo di qualche decina di metri.

 $<sup>^2 {\</sup>rm Nel}$ seguito si indicherà con l'apice $_R$ tutto ciò che è relativo all'ala destra e con $_L$ quello che è relativo all'ala sinistra.

$$F^{(a)} = F^{(a)^R} + F^{(a)^L} + F^{(d)}$$
(3.6)

$$M_C^{(a)} = r^R \wedge F^{(a)^R} + r^L \wedge F^{(a)^L} + M_C^{(d)}$$
(3.7)

dove  $r^{(R,L)}$  è il vettore che unisce il centro di massa col punto di applicazione delle forze.

## 3.3 Sistemi di riferimento

Per costruire il modello matematico della dinamica di un insetto è necessario introdurre una serie di sistemi di riferimento cartesiani ortogonali e le relative matrici di trasformazione. Per comodità nella scrittura delle varie grandezze vettoriali in gioco, si utilizzeranno sia sistemi levogiri che destrogiri [12](i sistemi relativi all'ala destra saranno levogiri, quelli relativi all'ala sinistra destrogiri).

#### 3.3.1 Definizione dei sistemi di riferimento

I sistemi di riferimento che verranno utilizzati sono i seguenti:

• Sistema di riferimento assi corpo  $T_B$  (C;  $x_B$ ,  $y_B$ ,  $z_B$ ). è solidale al corpo ed ha origine nel suo baricentro C. Il piano ( $x_B$ ,  $z_B$ ) è assunto coincidente con il piano longitudinale del corpo, con l'asse  $x_B$  avente verso concorde con la direzione della testa dell'insetto e l'asse  $z_B$  rivolto verso il basso (Fig. 3.1).



Figura 3.1: Sistema di riferimento assi corpo  $T_B$ 

#### 3.3. SISTEMI DI RIFERIMENTO

• Sistema di riferimento fulcro  $T_F^{(R,L)}$  ( $F^{(R,L)}$ ;  $x_F^{(R,L)}$ ,  $y_F^{(R,L)}$ ,  $z_F^{(R,L)}$ ). 'E solidale al corpo, ha origine nel fulcro dell'ala  $F^{(R,L)}$  ed ha assi paralleli a quelli della terna  $T_B$ . Da notare che  $T_F^R$  ha gli assi con verso coincidente con quelli della terna  $T_B$ , mentre  $T_F^L$ , essendo una terna destrogira, ha l'asse  $y_F^L$  che ha verso opposto a  $y_B$  (Fig. 3.2).



Figura 3.2: Sistema di riferimento  $T_F$ 

• Sistema di riferimento stroke-plane  $T_S^{(R,L)}$  ( $F^{(R,L)}$ ;  $x_S^{(R,L)}$ ,  $y_S^{(R,L)}$ ,  $z_S^{(R,L)}$ ). Ha origine nel fulcro dell'ala  $F^{(R,L)}$ . Il piano (,  $z_S^{(R,L)}$ ) coincide con il piano ( $x_F^{(R,L)}$ ,  $z_F^{(R,L)}$ ), 'e quindi parallelo al piano ( $x_B$ ,  $z_B$ ) e il piano ( $x_S^{(R,L)}$ ,  $y_S^{(R,L)}$ ) coincide con lo stroke-plane<sup>3</sup>; l'asse  $y_S^{(R,L)}$  coincide con l'asse  $y_F^{(R,L)}$ . Il verso degli assi 'e concorde con quello degli assi della rispettiva terna  $T_F^{(R,L)}$  (Fig. 3.3).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Lo *stroke-plane* è il piano in cui avviene il moto di flappeggio dell'ala.



Figura 3.3: Sistema di riferimento  $T_S$ 

• Sistema di riferimento alare  $T^{(R,L)}W$  ( $F^{(R,L)}$ ;  $x^{(R,L)}W$ ,  $y^{(R,L)}W$ ,  $z^{(R,L)}W$ ). Ha origine nel fulcro dell'ala. L'asse  $z^{(R,L)}W$  coincide con l'asse  $z^{(R,L)}S$ e quindi il piano ( $x^{(R,L)}W$ ,  $y^{(R,L)}W$ ) coincide con lo stroke-plane; l'asse  $y^{(R,L)}W$  coincide con l'asse dell'ala e punta verso il tip (Fig. 3.4).



Figura 3.4: Sistema di riferimento  $T_W$ 

#### 3.3. SISTEMI DI RIFERIMENTO

• Sistema di riferimento del profilo alare  $T_C^{(R,L)}$  (c.a.<sup>(R,L)</sup>;  $x_C^{(R,L)}$ ,  $y_C^{(R,L)}$ ,  $z_C^{(R,L)}$ ). E' solidale all'ala e ha origine nel centro aerodinamico del profilo alare. Il piano  $(x_C^{(R,L)}, z_C^{(R,L)})$  coincide con il piano del profilo alare; l'asse  $x_C^{(R,L)}$  ha la direzione della corda e punta verso il bordo d'attacco; l'asse  $y_C^{(R,L)}$  punta verso il tip dell'ala e coincide con l'asse  $y_W^{(R,L)}$  (Fig.3.5).



Figura 3.5: Sistema di riferimento  $T_C$ 

#### 3.3.2 Matrici di trasformazione

L'utilizzo di terne levogire per l'ala destra e destrogire per l'ala sinistra permette di poter definire la maggior parte delle matrici di trasformazione tra le varie terne in modo identico per le due ali.

Le matrici di trasformazione sono le seguenti:

$$\begin{bmatrix} T_W^{(R,L)} \\ CW \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_g^{(R,L)} & 0 & -\sin \alpha_g^{(R,L)} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_g^{(R,L)} & 0 & \cos \alpha_g^{(R,L)} \end{bmatrix}$$
(3.8)

 $\alpha_g^{(R,L)}$  è l'angolo compreso tra $x_W^{(R,L)}$  e  $x_C^{(R,L)}$  (Fig. 3.5 ).

• 
$$T_S \to T_W$$
  
 $\begin{bmatrix} T_{WS}^{(R,L)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_f^{(R,L)} & \sin \phi_f^{(R,L)} & 0 \\ -\sin \phi_f^{(R,L)} & \cos \phi_f^{(R,L)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
(3.9)

 $\phi_f^{(R,L)}$  è l'angolo che indica istantaneamente la posizione dell'ala sul piano di flappeggio (Fig. 3.4).

• 
$$T_S \to T_F$$
  
 $\begin{bmatrix} T_{FS}^{(R,L)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_S^{(R,L)} & 0 & -\sin \theta_S^{(R,L)} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_S^{(R,L)} & 0 & \cos \theta_S^{(R,L)} \end{bmatrix}$ 
(3.10)

 $\theta_S^{(R,L)}$  é l'angolo compreso tra  $x_S^{(R,L)}$  e  $x_F^{(R,L)}$  (Fig. 3.3).

•  $T_F \to T_B$ 

Tenendo conto del fatto che la trasformazione dal riferimento  $T_F$  a  $T_B$ è una trasformazione che, per l'ala destra è rappresentata da una semplice traslazione tra due terne levogire, mentre per l'ala sinistra è una trasformazione da una terna destrogira a una terna levogira (Fig. 3.2), le matrici di trasformazione nei due casi possono esprimersi nel modo seguente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BS}^{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.11)

26

•

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BS}^{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.12)

# 3.4 Geometria dell'insetto

#### 3.4.1 Geometria del corpo

La Fig. 3.6 mostra a grandi linee la geometria di un insetto. Per semplicità, si può pensare di assimilare il corpo dell'insetto ad un ellissoide come mostrato in Fig. 3.6 (A).



Figura 3.6: Geometria del corpo dell'insetto

La matrice di inerzia in  ${\cal T}_B$  è quindi esprimibile come:

$$[I]_{B} = \frac{m}{5} \begin{bmatrix} a^{2} + b^{2} & 0 & 0\\ 0 & l^{2} + a^{2} & 0\\ 0 & 0 & l^{2} + b^{2} \end{bmatrix}$$
(3.13)

Il diadico di inerzia  $\overline{I}$  (cfr. § 3.2) espresso in un sistema assi corpo coincide con la matrice di inerzia.

### 3.4.2 Geometria dell'ala

I principali parametri geometrici dell'ala sono definiti con riferimento alla Fig. 3.7 [3] e sono i seguenti:

c			=	corda
R			=	lunghezza ala
S	=	$2\int_0^R cdr$	=	superficie alare delle due ali
$\bar{c}$	=	S/(2R)	=	corda media alare
$\hat{c}$	=	$c/\overline{c}$	=	corda normalizzata
$\hat{r}$	=	r/R	=	apertura alare adimensionalizzata



Figura 3.7: Geometria dell'ala

La legge di variazione della corda lungo l'apertura alare pu'o essere descritta con una distribuzione Beta [3]:

$$c(\hat{r}) = \bar{c} \frac{\hat{r}^{(p-1)}(1-\hat{r})^{(q-1)}}{B(p,q)}$$
(3.14)

con:

$$B(p;q) = \int_0^1 \hat{r}^{(p-1)} (1-\hat{r})^{(q-1)} d\hat{r}$$
(3.15)

$$p = \hat{r}_1 \left[ \frac{\hat{r}_1(1 - \hat{r}_1)}{\hat{r}_2^2 - \hat{r}_1^2} - 1 \right]$$
(3.16)

$$q = (1 - \hat{r}_1) \left[ \frac{\hat{r}_1(1 - \hat{r}_1)}{\hat{r}_2^2 - \hat{r}_1^2} - 1 \right]$$
(3.17)

dove  $\hat{r}_k^k$  è il k-esimomomento adimensionale dell'area:

$$\hat{r}_k^k(S) = \frac{S_k}{SR^k} \tag{3.18}$$

con  $S_k$ , che è il k-esimo momento dell'area, dato da:

$$S_{k} = 2 \int_{0}^{R} cr^{k} dr = SR^{k} \int_{0}^{1} \hat{c}\hat{r}^{k} d\hat{r}$$
(3.19)

I valori di  $\hat{r}^k$  sono una caratteristica del tipo di ala. E' stato ricavato sperimentalmente che  $\hat{r}_1 \in \hat{r}_2$  sono legati dalla seguente relazione [3]:

$$\hat{r}_2 = 0.929 \cdot \hat{r}_1^{0.732} \tag{3.20}$$

Nella presente trattazione le ali verranno supposte rigide e la loro massa trascurabile rispetto a quella del corpo.

## 3.5 Cinematica dell'ala

Le forze e le coppie che agiscono sul corpo dell'insetto dipendono dal movimento delle ali. Gli insetti, modulando la cinematica dell'ala, possono operare rapide variazioni di forze e coppie sul corpo e quindi cambiare assetto e posizione. Pertanto, nella costruzione del modello matematico della dinamica dell'insetto riveste un ruolo fondamentale il modo in cui tale cinematica viene modellata.

Negli insetti il moto dell'ala è caratterizzato da tre movimenti: sweeping (intorno all'asse  $z_W$ ), heaving (intorno all'asse  $x_W$ ) e pitching (intorno all'asse  $y_w$ ). Senza togliere all'insetto la possibilit'a di compiere qualsiasi movimento, 'e possibile trascurare il movimento di heaving e quindi ipotizzare che il movimento dell'ala rimanga confinato nello stroke-plane (cfr. § 2.3). Ciò permette di descrivere la traiettoria dell'ala usando l'angolo di flappeggio  $\phi_f$ e l'angolo di incidenza geometrica  $\alpha_g$ . Queste due grandezze possono essere modellate con un termine periodico più un termine perturbativo che permette di rappresentare le variazioni cinematiche che l'insetto è in grado di imporre al moto dell'ala.

Si possono, quindi, assumere le seguenti espressioni [13]:

$$\phi_f(v_1, t) = \frac{\pi}{3} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + v_1 \cdot \frac{\pi}{15} \sin^3\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$
(3.21)

$$\phi_f(v_1, t) = \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + v_2 \cdot \frac{\pi}{15} \sin^3\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$
(3.22)

dove l'angolo  $\varphi_g$  è il complementare di  $\alpha_g$  e quindi:

$$\alpha_g = 90^\circ - \varphi_g \tag{3.23}$$

Si ipotizza che i parametri  $v_1$  e  $v_2$  possano assumere dei valori compresi tra -1 e 1, mentre sono entrambi nulli in *hovering*. Una rappresentazione grafica dei due angoli durante un battito dell'ala (che comprende la fase di *downstroke* e quella di *upstroke*) è data nelle Figure 3.8 e 3.9 in funzione del rapporto t/T, dove T è il periodo di battito dell'ala.



Figura 3.8: Variazione dell'angolo di flappeggio durante un battito alare in funzione del parametro cinematico  $v_1$ 



Figura 3.9: Variazione dell'angolo di incidenza durante un battito dell'ala in funzione del parametro cinematico  $v_2$ 

### 3.6 Modello aerodinamico dell'ala

Numerosi studi sono stati effettuati per estrapolare un modello atto a descrivere l'aerodinamica del volo degli insetti. Sebbene attualmente alcune simulazioni numeriche dell'aerodinamica non stazionaria, basate sulla soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes, diano risultati accurati [5, 11], la loro implementazione risulta onerosa dal punto di vista computazionale e, pertanto, poco si presta ad essere utilizzata per la simulazione del volo.

Fortunatamente, ottimi risultati sono stati ottenuti per via empirica grazie all'apparato sperimentale sviluppato da Dickinson (cfr. § 2.5).

Nella modellazione dell'aerodinamica si terrà conto solo di due meccanismi fondamentali (*Delayed Stall* e *Rotational Lift* (cfr. § 2.4)) nella generazione delle forze aerodinamiche e si farà riferimento al lavoro di Dickinson [14] per quanto riguarda la modellazione di tali meccanismi.

#### 3.6.1 Delayed Stall

Indicando con L' la portanza e con D' la resistenza relative al singolo profilo alare, le forze dovute al *Delayed Stall* possono essere così espresse [15]:

$$L'_{ds} = \frac{1}{2} C_L(\alpha_w) \rho c(r) \bar{U}_{CP}^2(r, t)$$
(3.24)

$$D'_{ds} = \frac{1}{2} C_D(\alpha_w) \rho c(r) \bar{U}_{CP}^2(r, t)$$
(3.25)

Poichè ai fini della generazione delle forze aerodinamiche quello che conta è il componente del vettore velocità del centro di pressione  $U_{CP}$  nel piano del profilo alare  $(U_{CP})_{x,z}$  (Fig. 3.10), nelle precedenti formule con  $\overline{U}_{CP}$  si è indicata la seguente quantità:

$$\bar{U}_{CP} = \sqrt{U_{CP_x}^2 + U_{CP_z}^2} \tag{3.26}$$



Figura 3.10: Profilo alare: velocità del CP, angolo di incidenza effettivo e forze agenti

La velocità del CP, data dalla somma della velocità dovuta al moto dell'ala e di quella dell'insetto, in termini vettoriali 'e esprimibile, nel sistema di riferimento alare  $T_W$ , come:

$$[U_{CP}]_{W} = [T_{WB}] \{ [V_{C}]_{B} + [\Omega \wedge r_{F}]_{B} \} + [\Omega_{WI} \wedge r_{CP}]_{W}$$
(3.27)

dove  $V_C$  è la velocità dell'insetto,  $r_F$  e  $r_{CP}$  sono rispettivamente i vettori che uniscono il baricentro al fulcro dell'ala e il fulcro dell'ala al centro di pressione del profilo alare,  $\Omega \in \Omega_{WI}$  sono rispettivamente la velocità angolare della terna  $T_B$  e della terna  $T_W$  rispetto alla terna inerziale. Quest'ultima, per la composizione delle velocit'a angolari, può scriversi nel riferimento  $T_W$ come:

$$[\Omega_{WI}]_W = [\Omega_{WB}]_W + [T_{WB}] [\Omega]_B$$
(3.28)

е

$$[\Omega_{WB}]_W = [0, 0, \phi_f]_W^T \tag{3.29}$$

nell'ipotesi che lo *stroke-plane* abbia inclinazione fissa rispetto al corpo e quindi  $\Omega_{SF} = 0$ . Nelle (3.24) e (3.25) per  $C_L(\alpha_w)$  e  $C_D(\alpha_w)$  è possibile utilizzare le seguenti approssimazioni empiriche [14] (Fig. 3.11):

$$C_L(\alpha_w) = 0.225 + 1.58\sin(2.13\alpha_w - 7.2^\circ)$$

$$C_L(\alpha_w) = 1.92 - 1.55\sin(2.04\alpha_w - 9.8^\circ) \tag{3.30}$$

dove  $\alpha_w$  è l'angolo di incidenza effettiva dell'ala<sup>4</sup> (Fig. 3.10) ed è dato da:

$$\alpha_w = \alpha_g + \alpha_u \tag{3.31}$$

nella fase di downstroke dell'ala, e da:

$$\alpha_w = 180^\circ - (\alpha_g + \alpha_u) \tag{3.32}$$

nella fase di upstroke, con  $\alpha_g$ angolo di incidenza geometrico dell'ala e $\alpha_u$ dato da:

$$\alpha_u = \arctan\left(\frac{U_{CP_z}}{U_{CP_X}}\right) \tag{3.33}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Espresso in gradi



Figura 3.11: Coefficienti di portanza e di resistenza

Esprimendo tali forze nel sistema  $\mathrm{T}_{\mathrm{W}},$  si ottiene:

$$[F'_{ds}]_W = \begin{bmatrix} L'_{ds} \sin \alpha_u - sign(U_{CP_X})D'_{ds} \cos \alpha_u \\ -L'_{ds} \cos \alpha_u - sign(U_{CP_X})D'_{ds} \sin \alpha_u \end{bmatrix}$$
(3.34)

L'utilizzo  $sign(U_{CP_X})$  del è necessario per la corretta espressione delle  $[F'_{ds}]$  nella fase di *downstroke* e in quella di *upstroke*.

#### 3.6.2 Rotational Lift

Il modulo di questa forza, in termini di contributo di un singolo profilo alare, può essere espressa come di seguito [14]:

$$F'_{rot,N} = \frac{1}{2} C_{rot} \rho c^2(r) \bar{U}_{CP}(r,t) \omega(r,t)$$
(3.35)

Per  $C_{rot}$  è possibile usare la seguente approssimazione empirica:

$$C_{rot} = 2\pi (\frac{3}{4} - \hat{x}_0) \tag{3.36}$$

dove  $\hat{x}_0$  è la distanza adimensionalizzata dell'asse longitudinale di rotazione dell'ala dal bordo d'attacco, che nella maggior parte degli insetti 'e pari a circa  $\frac{1}{4}$ .

Con  $\omega$  è indicata la velocità angolare di rotazione dell'ala che è pari a:

$$\omega = \dot{\alpha}_w = \dot{\alpha}_q + \dot{\alpha}_u \tag{3.37}$$

Poichè si tratta una forza diretta sempre perpendicolarmente al profilo alare e che agisce in direzione opposta al moto dell'ala, nel sistema  $T_C$  può esprimersi come:

$$[F'_{rot}]_C = \begin{bmatrix} 0\\0\\-F'_{rot} \end{bmatrix}$$
(3.38)

# 3.6.3 Forza aerodinamica totale e momento delle forze aerodinamiche in $T_W$

La forza totale agente sul singolo profilo alare è data quindi dalla somma dei due contributi:

$$[F'^{(a)}]_{W} = [F'_{ds}]_{W} + [T_{CW}]^{T} [F'_{rot}]_{C}$$
(3.39)

Integrando tale forza lungo l'apertura alare si ottiene la forza totale agente sull'ala:

$$\left[F^{(a)}\right]_{W} = \int_{0}^{R} \left[F'\right]_{W} dr \qquad (3.40)$$

Per quanto riguarda i momenti dovuti alle forze aerodinamiche, considerando il momento rispetto al fulcro dell'ala dovuto al singolo profilo alare, si ha:

$$\left[M_{F}^{\prime(a)}\right]_{W} = [r_{CP}]_{W} \wedge [F']_{W}$$
(3.41)

Come per le forze, integrando lungo l'ala si ottiene:

$$\left[M_F^{(a)}\right]_W = \int_0^R \left[M_F^{\prime(a)}\right]_W dr \qquad (3.42)$$

## 3.7 Modello aerodinamico del corpo

Il contributo di resistenza del corpo alle forze aerodinamiche è stato schematizzato utilizzando un modello proporzionale alla velocità e alla velocità angolare :

$$F^{(d)} = -C_{F^{(d)}}V_C (3.43)$$

$$M_C^{(d)} = -C_{M^{(d)}}\Omega (3.44)$$

dove $C_{F^{(d)}}$  e  $C_{M^{(d)}}$  sono i coefficienti di smorzamento viscoso.

La ragione della scelta di un andamento proporzionale alla velocità sta nel fatto che tale resistenza è soprattutto dovuta a fenomeni di tipo viscoso, come osservato da Schenato [15]. Inoltre, nel presente lavoro si è deciso di inserire anche il termine proporzionale alla velocità angolare.

### 3.8 Equazioni del moto nella terna assi corpo

Per lo studio della dinamica di un corpo risulta conveniente esprimere le equazioni del moto in un sistema assi corpo.

Indicate con (P, Q, R) le componenti di  $\Omega$  e (U, V, W) le componenti di  $V_C$  valutate rispetto a  $T_B$ , si ha:

$$\left[\Omega\right]_{B} = \left[P, Q, R\right]^{T} \tag{3.45}$$

$$[V_C]_B = [U, V, W]^T (3.46)$$

Le equazioni nel moto (3.1) e (3.2) possono esprimersi nel seguente modo:

$$m\left[\dot{V}_{C}\right]_{B} + m\bar{\Omega}\left[V_{C}\right]_{B} = m\left[g\right]_{B} + \left[F^{(a)}\right]_{B} + \left[F^{(d)}\right]_{B}$$
(3.47)

$$I\left[\dot{\Omega}\right]_{B} + \bar{\Omega}I\left[\Omega\right]_{B} = \left[M_{C}^{(a)}\right]_{B} + \left[M_{C}^{(d)}\right]_{B}$$
(3.48)

dove I è la matrice di inerzia (cfr. § 3.4.1) e  $\overline{\Omega}$ è la seguente matrice:

$$\bar{\Omega} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -R & Q \\ R & 0 & -P \\ -Q & P & 0 \end{bmatrix}$$
(3.49)

I contributi aerodinamici delle ali, espressi in assi corpo, possono scriversi come:

$$\begin{bmatrix} F^{(a)} \end{bmatrix}_{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BF}^{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{FS}^{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{WS}^{R} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} F^{(a)R} \end{bmatrix}_{W} + (3.50)$$

$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BF}^{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{FS}^{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{WS}^{L} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} F^{(a)L} \end{bmatrix}_{W}$$

$$M_{C}^{(a)} \end{bmatrix}_{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BF}^{R} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} M_{F}^{(a)R} \end{bmatrix}_{F} + \begin{bmatrix} r_{F}^{R} \end{bmatrix}_{F} \wedge \begin{bmatrix} F^{(a)R} \end{bmatrix}_{F} \right\} + (3.51)$$

$$- \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BF}^{L} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} M_{F}^{(a)L} \end{bmatrix}_{F} + \begin{bmatrix} r_{F}^{L} \end{bmatrix}_{F} \wedge \begin{bmatrix} F^{(a)L} \end{bmatrix}_{F} \right\}$$

dove:

$$\left[F^{(a)(R,L)}\right]_{F} = \left[T^{(R,L)}_{FS}\right] \left[T^{(R,L)}_{WS}\right]^{T} \left[F^{(a)(R,L)}\right]_{W}$$
(3.52)

е

$$\left[M_F^{(a)(R,L)}\right]_F = \left[T_{FS}^{(R,L)}\right] \left[T_{WS}^{(R,L)}\right]^T \left[M_F^{(a)(R,L)}\right]_W$$
(3.53)

e  $r_{F}^{(R,L)}$  è il vettore che unisce il centro di massa al fulcro dell'ala.

Per esprimere l'accelerazione di gravità in assi corpo è necessario considerare un'ulteriore matrice di trasformazione  $[T_{BV}]$ , tra la terna assi verticali locali<sup>5</sup>  $T_V$  e la terna  $T_B$ :

$$[T_{BV}] = \begin{bmatrix} \cos\Theta\cos\Psi & \cos\Theta\sin\Psi & -\sin\Theta\\ -\cos\Phi\sin\Psi + \sin\Phi\sin\Theta\cos\Psi & \cos\Phi\cos\Psi + \sin\Phi\sin\Theta\sin\Psi & \sin\Phi\cos\Theta\\ \sin\Phi\sin\Psi + \cos\Phi\sin\Theta\cos\Psi & -\sin\Phi\cos\Psi + \cos\Phi\sin\Theta\sin\Psi & \cos\Phi\cos\Theta\\ & (3.54) \end{bmatrix}$$

dove  $(\Phi, \Theta, \Omega)$  sono gli angoli di Eulero.

L'accelerazione di gravità espressa in assi corpo assume la seguente forma:

$$[g]_{B} = [T_{BV}] [g]_{V} = [T_{BV}] [0, 0, g]^{T} = g \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix}$$
(3.55)

Con l'uso della (3.54) sono state introdotte tre ulteriori incognite, pertanto è necessaria una relazione tra gli angoli di Eulero e la  $\Omega$ , che è la seguente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = [T_{\Omega}]^{-1} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$
(3.56)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>La terna assi verticali locali ha origine nel centro di massa dell'insetto e ha l'asse  $z_V$  disposto secondo la direzione e il verso del vettore gravità locale. Gli assi  $x_V e y_V$  giacciono su un piano parallelo alla superficie terrestre (o tangente nel caso di quota nulla), con l'asse  $x_V$  diretto verso Nord e l'asse  $y_V$  diretto verso Est.

Poichè nello studio di problemi di dinamica del volo si può assumere un modello di terra piana e non rotante, la terna  $T_V$  mantiene istante per istante gli assi paralleli alla terna inerziale.

$$[T_{\Omega}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi/\cos \Theta & \cos \Phi/\cos \Theta \end{bmatrix}$$
(3.57)

Infine, è necessario determinare la posizione dell'insetto in funzione del tempo. Indicate con  $X_N$ ,  $X_E$  e H rispettivamente la distanza verso Nord, Est e la quota di volo e con  $V_N$ ,  $V_E$  e  $V_D$  le componenti di  $V_C$  rispetto a  $T_V$ , si ha:

$$\begin{bmatrix} \dot{X_N} \\ \dot{X_E} \\ \dot{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ -V_D \end{bmatrix}$$
(3.58)

dove

$$\begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ V_D \end{bmatrix} = [T_{BV}]^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$
(3.59)

Combinando le equazione precedenti, si ottengono 12 equazioni differenziali non lineari del primo ordine che descrivono completamente il moto dell'insetto.

# Bibliografia

- [1] http://www.darpa.mil.
- [2] Weis e Fogh, "Biology and Physics of Locust Flight. II. Flight Performance of the Desert Locust (Schistocerca gregaria)," Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences, Vol. 239, No. 667, July 1956, pp. 459 – 510.
- [3] Ellington, "The Aerodynamics of Hovering Insect Flight," Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences, Vol. 305, No. 1122, Feb 1984, pp. 1 – 185.
- [4] Dickinson, Fry, e Sayaman, "The aerodynamics of hovering flight in Drosophila," The Journal of Experimental Biology, Vol. 208, March 2005, pp. 2303 – 2318.
- [5] Ramamurti e Sandberg, "A three-dimensional computational study of the aerodynamic mechanisms of insect flight," The Journal of Experimental Biology, Vol. 205, 2002, pp. 1507–1518.
- [6] Schenato, Deng, e Sastry, "Flight Control System for a Micromechanical Flying Insect: Architecture and Implementation," Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 2, May 2001, pp. 1641 – 1646.

- [7] Taylor e Thomas, "Dynamic flight stability in the desert locust (Schistocerca gregaria)," The Journal of Experimental Biology, Vol. 206, May 2003, pp. 2803 2829.
- [8] Ansari, Zbikowski, e Knowles, "Aerodynamic modelling of insect-like flapping flight for micro air vehicles," Progress in Aerospace Sciences, Vol. 42, No. 2, February 2006, pp. 129 – 172.
- [9] Lehmann, "The mechanisms of lift enhancement in insect flight," Naturwissenschaften, Vol. 91, March 2004, pp. 101 – 122.
- [10] Ellington, van den Berg, Willmott, e Thomas, "Leading-edge vortices in insect flight," Nature, Vol. 384, December 1996, pp. 626 – 630.
- [11] Sun e Tang, "Lift and power requirements of hovering flight in Drosophila virilis," The Journal of Experimental Biology, Vol. 205, 2002, pp. 2413–2427.
- [12] Aliasi, Chiaramonti, Mengali, e Quarta, "Dinamica di sciami di micro-UAV," XIX Congresso Nazionale AIDAA, Settembre 2007.
- [13] Deng, Schenato, e Sastry, "Flapping Flight for Biomimetic Robotic Insects: Part II Flight Control Design," IEEE Transactions on Robotics, Vol. 4, August 2006, pp. 789 – 803.
- [14] Dickinson, Lehmann, e Sane, "Wing Rotation and the Aerodynamic Basis of Insect Flight," SCIENCE, Vol. 284, June 1999, pp. 1954–1960.
- [15] Deng, Schenato, Wu, e Sastry, "Flapping Flight for Biomimetic Robotic Insects: Part I System Modeling," IEEE Transactions on Robotics, Vol. 22, August 2006, pp. 776 – 788.

# Elenco delle figure

2.1	Rappresentazione della cinematica delle ali	9
2.2	Semibattute delle ali durante un ciclo	10
2.3	Visualizzazione sperimentale del vortice di bordo d'attacco e	
	del vortice di partenza	12
2.4	Visualizzazione CFD del vortice di bordo d'attacco $7$	12
2.5	Angolo di incidenza geometrico e angolo di incidenza effettivo 8	13
2.6	Rapporto tra il valore della portanza previsto da Wagner e	
	quello quasi stazionario, in funzione della distanza adimen-	
	sionale $\lambda$	14
2.7	Schema del fenomeno del <i>wake capture</i>	15
2.8	Schema dell' $actuator \ disk$ e di quello corretto $\ldots \ldots \ldots$	17
2.9	Apparato sperimentale del <i>Robofly</i>	18
3.1	Sistema di riferimento assi corpo $T_B$	22
3.2	Sistema di riferimento $T_F$	23
3.3	Sistema di riferimento $T_S$	24
3.4	Sistema di riferimento $T_W$	24
3.5	Sistema di riferimento $T_C$	25
3.6	Geometria del corpo dell'insetto	27
3.7	Geometria dell'ala	28
3.8	Variazione dell'angolo di flappeggio durante un battito alare	
	in funzione del parametro cinematico $v_1$	31

#### ELENCO DELLE FIGURE

3.9	Variazione dell'angolo di incidenza durante un battito dell'ala				
	in funzione del parametro cinematico $v_2$	31			
3.10	Profilo alare: velocità del CP, angolo di incidenza effettivo e				
	forze agenti	33			
3.11	Coefficienti di portanza e di resistenza	35			

44